Niveau(x) d'enseignement: 3 Numéro EDUQ : 2970094
Centre d'intérêt: 841

Mathématique : fascicule K : résolution de problèmes : orientation générale / Direction générale des programmes, Direction de la formation générale. -- [Québec] : Ministère de l'éducation, c1995.
94 p. : ill. ; 28 cm. -- (Guide pédagogique / Ministère de l'éducation du Québec, Direction générale des programmes. Primaire)

Code: 16-2300-11 : 8899-725. Bibliogr. : p. 93-94.

ISBN 2-550-14583-6

Vedette(s)-secondaire(s): Québec (Province). Ministère de l'éducation. Direction de la formation générale

Descripteur(s): Mathématiques * Résolution de problème * Guide pédagogique * Primaire (Ordre d'enseignement)

Le document vise à clarifier et à préciser, à l'aide de recommandations, comment il convient d'envisager la résolution de problèmes en mathématiques au primaire. Il explicite et discute un certain nombre d'éléments du programme d'études en mathématiques qui se rapportent à la résolution de problèmes. Il souligne l'importance d'insister sur le développement d'une habileté générale à résoudre de problèmes. Le document se limite à des considérations et à des recommandations générales. Les exemples présentés sont formulés de façon concise et devront être développés par les enseignants. Chaque enseignant aura à identifier où il se situe par rapport à l'ensemble des recommandations et à s'en inspirer pour aller de l'avant. Le document a été rédigé en tenant compte des résultats d'une consultation provinciale menée par le MEQ en 1986 sur le thème de la résolution de problèmes en mathématiques au primaire auprès des commissions scolaires, de l'Association des promoteurs de l'avancement de la mathématique à l'élémentaire et du Québec Association of Mathematics Teachers.

Type de document: d

guide pédagogique

PRIMAIRE

MATHÉMATIQUE

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
• ORIENTATION GÉNÉRALE

FASCICULE K

Québec

EDUQ
8970094

guide pédagogique

PRIMAIRE

MATHÉMATIQUE

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
• ORIENTATION GÉNÉRALE

FASCICULE K

Direction générale des programmes
Direction de la formation générale

Approuvé par les Comités catholique et protestant
du Conseil supérieur de l'éducation
les 4, 5 février et 26 février 1988.

© Gouvernement du Québec,
Ministère de l'Éducation, 1988

ISBN 2-550-14583-6

Dépôt légal — quatrième trimestre 1988
Bibliothèque nationale du Québec

Pour éviter d'alourdir le texte, nous nous conformons dans le présent document à la règle de grammaire qui permet d'utiliser le masculin avec une valeur de neutre, lorsqu'on parle d'une manière générale. Par exemple, il est bien clair que, lorsqu'on parle de l'"enseignant", ce masculin inclut un enseignant de l'un ou de l'autre sexe.

"En premier lieu, l'acte pédagogique doit se fonder sur le potentiel même de l'élève et sur sa capacité de se réaliser selon son originalité propre"

L'École québécoise, p. 86

Coordination et conception*

André FOURNIER	Responsable de la mathématique	Direction de la formation générale Ministère de l'Éducation

Rédaction*

Claude GAULIN	Professeur titulaire	Université Laval

Collaboration à la rédaction*

Denise GAOUETTE	Conceptrice et animatrice pédagogique	Sherbrooke
Conrad HUARD	Concepteur et animateur pédagogique	Sherbrooke
André-Jean ROY	Conseiller pédagogique	Commission scolaire Des Chûtes de la Chaudière

Consultation*

Benyounès BEMMOUNA	Étudiant au doctorat	Université Laval
Normand CARON	Conseiller pédagogique	Commission scolaire de Chavigny
Renée CARON	Conseillère pédagogique	Commission scolaire de l'Argile bleue
Louis-Philippe GAUDREAULT	Conseiller pédagogique	Commission scolaire de La Jeune Lorette
Louise GRENIER	Conseillère pédagogique	Commission scolaire Rouyn-Noranda
Jean GRIGNON	Conseiller pédagogique	Commission scolaire de Sainte-Thérèse
Marcel HAMEL	Conseiller pédagogique	Commission scolaire catholique de Sherbrooke

* Ces personnes exerçaient les fonctions mentionnées pendant l'année scolaire 1986-1987.

Ruth McCOWAN	Enseignante	Commission scolaire Sainte-Croix
Helen PAGÉ	Conseillère pédagogique	Commission scolaire Greenfield Park (dissidente)
Louise PILOTE	Conseillère pédagogique	Commission scolaire d'Alma
Hélène TESSIER	Conseillère pédagogique	Commission scolaire Baldwin-Cartier

On a aussi consulté les commissions scolaires de la province, par l'intermédiaire des directions régionales, ainsi que l'APAME (Association des Promoteurs de l'Avancement de la Mathématique à l'Élémentaire) et le Q.A.M.T. (Quebec Association of Mathematics Teachers).

TABLE DES MATIÈRES

Pages

1. POURQUOI UN DOCUMENT SUR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES EN MATHÉMATIQUES AU PRIMAIRE? 1

   1.1 Facteurs qui ont stimulé l'apparition et le développement de cette tendance au Québec 1

   1.2 Tendances analogues dans d'autres pays 5

   1.3 Difficultés observées 7

   1.4 Portée du présent document 8

2. LA NOTION DE PROBLÈME EN MATHÉMATIQUES 11

   2.1 Définition 11

   2.2 Remarques à propos de la définition 12

   2.3 Contraste entre un problème et un exercice en mathématiques 18

   2.4 Relativité de la notion de problème en mathématiques 20

   2.5 Rôle-clé joué par l'affectivité dans la résolution d'un problème en mathématiques 23

   2.6 Classification des problèmes en mathématiques 26

   2.7 Modes de présentation d'un problème en mathématiques 32

3. LE PROCESSUS DE RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME EN MATHÉMATIQUES 35

   3.1 Facteurs influençant le processus de résolution de problèmes en mathématiques 35

   3.2 Représentation mentale d'un problème en mathématiques 38

   3.3 Démarche de résolution d'un élève 39

   3.4 Traces de la démarche de résolution d'un élève 40

   3.5 Évaluation de la démarche de résolution d'un élève 43

Pages

3.6 Méthodes de résolution de problèmes en mathématiques 44

3.7 Stratégies de résolution de problèmes en mathématiques 46

3.8 Modèles de résolution de problèmes en mathématiques 48

4. L'IMPORTANCE DE METTRE L'ACCENT SUR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES EN MATHÉMATIQUES AU PRIMAIRE 51

4.1 La résolution de problèmes en mathématiques constitue une habileté de base à développer au primaire 51

4.2 La résolution de problèmes en mathématiques permet de développer des connaissances mathématiques 53

4.3 La résolution de problèmes en mathématiques permet de développer des habiletés intellectuelles 53

4.4 La résolution de problèmes en mathématiques permet de développer des attitudes socio-affectives 54

4.5 La résolution de problèmes en mathématiques permet de développer des stratégies de résolution de problèmes 55

4.6 La résolution de problèmes peut jouer un rôle à différentes étapes de l'apprentissage de connaissances et d'habiletés mathématiques 56

5. LISTE DES DÉFINITIONS 57

6. LISTE DES RECOMMANDATIONS 63

7. ORIENTATION GÉNÉRALE 73

ANNEXE 1: Classification de problèmes en mathématiques 75

ANNEXE 2: Liens entre les fascicules K et L 77

ANNEXE 3: Définitions du fascicule L 79

BIBLIOGRAPHIE 93

1. POURQUOI UN DOCUMENT SUR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES EN MATHÉMATIQUES AU PRIMAIRE?

Une tendance visant à mettre l'accent sur la résolution de problèmes en mathématiques au primaire s'est développée au Québec depuis de nombreuses années. Par le présent document, le ministère de l'Éducation vient clarifier certains aspects de la résolution de problèmes et préciser, au moyen d'un certain nombre de recommandations, une orientation générale à donner à cette tendance.

Nous allons ici rappeler brièvement les principaux facteurs qui en ont stimulé l'apparition et le développement et donner les raisons qui justifient la publication de ce document.

1.1 FACTEURS QUI ONT STIMULÉ L'APPARITION ET LE DÉVELOPPEMENT DE CETTE TENDANCE AU QUÉBEC

Plusieurs facteurs peuvent expliquer que l'on veuille mettre l'accent au Québec sur la résolution de problèmes en mathématiques au primaire.

1.1.1 Valorisation de ce thème dans les programmes d'études de mathématiques au Québec et dans les guides pédagogiques correspondants

Le programme d'études des écoles élémentaires de 1959 faisait déjà allusion à la résolution de problèmes en mathématiques.

> "Il s'appliquera à présenter les différentes matières du programme, non pas tant comme des connaissances à apprendre et à retenir de mémoire que comme des problèmes à résoudre, qui concourent à mûrir graduellement l'intelligence de l'enfant, l'habituent au travail personnel, éveillent en lui le goût et la passion de la découverte."[1]

---

1. L'Instruction publique, Programme d'études des écoles élémentaires, 1959, page 6.

> "Chaque fois qu'on a une difficulté nouvelle à faire comprendre, un procédé de calcul à faire acquérir, on met les élèves en présence d'un fait, d'un cas concret qui implique cet élément nouveau: c'est un problème à résoudre."[1]

Dans la présentation de ce programme, on mentionne d'ailleurs que les principes directeurs ainsi que les objectifs et les directives méthodologiques de chaque matière du programme de 1959 sont les mêmes que ceux du programme de 1948.

Dans le programme-cadre de 1970, la résolution de problèmes en mathématiques est présentée comme une activité à valoriser dans l'enseignement. En effet, le Fascicule A du guide pédagogique contient une section intitulée "Le rôle des problèmes dans l'apprentissage de la mathématique"[2]. On y insiste sur l'importance de faire appel à différents types de problèmes et "d'éviter les problèmes stéréotypés ou peu motivants pour les élèves"[3]. On y souligne également le rôle des problèmes non seulement pour appliquer et utiliser des connaissances et des habiletés déjà apprises, mais également pour en faire explorer de nouvelles. On ajoute:

> "... les problèmes sont l'occasion de développer la pensée, en particulier la pensée mathématique des élèves, et de développer progressivement chez eux des stratégies de résolution qui soient applicables dans de nouvelles situations."[4]

---

1. L'Instruction publique, Programme d'études des écoles élémentaires, 1959, page 412.

2. Ministère de l'Éducation, Direction générale de l'enseignement élémentaire et secondaire, Guide pédagogique, Mathématique à l'élémentaire, Fascicule A, Description générale du programme-cadre, janvier 1974, document nº 16-2300, page 27.

3. Ibid.

4. Ibid.

Le programme de 1980 précise l'importance d'insister sur **"le développement d'une habileté générale à résoudre des problèmes"**.[1] Le Fascicule A du guide pédagogique qui accompagne ce programme reprend l'essentiel des propos précédents, entre autres aux sections 2.4, 3.2 et 5.4, où l'on discute du rôle des problèmes dans l'apprentissage des mathématiques. On y introduit également des éléments nouveaux:

> "Il ne faudrait pas confondre problème et exercice. Un problème, c'est une situation dans laquelle un but est visé, mais dont les moyens pour l'atteindre sont inconnus. De plus, il n'y a problème que si le sujet s'y engage consciemment et que si ses actions ne relèvent ni de l'habitude ni de l'instinct."[2]
>
> "[Les problèmes] permettent, entre autres, d'amorcer le développement d'un des principaux objectifs du programme; l'habileté à "mathématiser" une situation et à appliquer des solutions appropriées ..."[3]

1.1.2 Pédagogie proposée dans les programmes d'études de certaines autres disciplines enseignées au primaire au Québec

L'approche pédagogique préconisée dans les programmes de plusieurs autres disciplines enseignées au primaire semble également avoir encouragé de nombreux enseignants à mettre davantage l'accent sur la résolution de problèmes en mathématiques avec leurs élèves.

1.1.3 Épreuves-synthèses en mathématiques du ministère de l'Éducation du Québec

En 1985, dans le cadre de l'évaluation des programmes d'études par le ministère de l'Éducation, l'accent a été mis sur la résolution de problèmes non

---

1. Ministère de l'Éducation, Direction générale du développement pédagogique, Programme d'études, Primaire, Mathématique, octobre 1980, document nº 16-2300-00, page 7.

2. Ministère de l'Éducation, Direction générale du développement pédagogique, Guide pédagogique, Primaire, Mathématique, Fascicule A, Guide général, décembre 1981, document nº 16-2300-01, page 6.

3. Ibid. page 7.

routiniers lors d'épreuves-synthèses[1] en mathématiques en troisième et en sixième années, ce qui a sans doute amené beaucoup d'enseignants à accorder plus d'importance à la résolution de problèmes dans leur enseignement.

1.1.4 Initiatives diverses prises au Québec durant les quinze dernières années

Il convient de mentionner plusieurs autres facteurs qui, depuis une quinzaine d'années, ont encouragé des intervenants à mettre davantage l'accent sur la résolution de problèmes en mathématiques au primaire.

a) Activités et publications de l'A.P.A.M.E. sur la résolution de problèmes en mathématiques au primaire

L'Association des Promoteurs de l'Avancement de la Mathématique à l'Élémentaire (A.P.A.M.E.) a joué un rôle dans le développement de la tendance actuelle concernant la résolution de problèmes en mathématiques au primaire. Depuis la fin des années 70, en effet, cette association a utilisé divers moyens pour sensibiliser les intervenants au thème de la résolution de problèmes: conférences, réunions-débats et ateliers; diffusion de conférences enregistrées sur vidéo; publication dans sa revue "Instantanés Mathématiques" de problèmes mathématiques et de nombreux articles; organisation d'olympiades mathématiques (Mathémathlon); publication, en collaboration avec le M.E.Q., d'un numéro spécial d'"Instantanés Mathématiques" sur la résolution de problèmes[2]; etc.

b) Initiatives de conseillers pédagogiques

Plusieurs conseillers pédagogiques ont également influencé la tendance actuelle en prenant diverses initiatives dans leur commission scolaire:

---

1. Ministère de l'Éducation, Direction générale du développement pédagogique, Évaluation de programmes, Mathématique, Primaire
   . 1er cycle, Épreuve-synthèse (230-054), mai 1985, document nº 16-7530;
   . 2e cycle, Épreuve-synthèse (230-084), Première et deuxième partie, mai 1985, document nº 16-7532.

2. APAME, Instantanés Mathématiques, Le point sur ... la résolution de problèmes, Volume XXI, Numéro spécial D, 1984-85, document nº 99-5214.

organisation d'ateliers de sensibilisation à l'intention des enseignants, publication de recueils de problèmes mathématiques, réflexion sur des modèles de résolution de problèmes, etc.

c) Manuels de mathématiques

Ces dernières années, certains auteurs de manuels de mathématiques pour le primaire se sont efforcés de proposer aux élèves davantage de problèmes non routiniers.

d) Cours sur la résolution de problèmes en mathématiques offerts dans le cadre du programme de perfectionnement des maîtres en mathématiques (PERMAMA)

À partir du milieu des années 70, des cours de perfectionnement offerts par la Téléuniversité ont sensibilisé un grand nombre d'enseignants du primaire et du secondaire à la résolution de problèmes en mathématiques et ont certainement inspiré plusieurs initiatives subséquentes.

e) Recherches effectuées en milieu universitaire

Durant la dernière décennie, des travaux de recherches ont été effectués dans plusieurs universités québécoises en relation avec la résolution de problèmes en mathématiques. Ces activités ont eu des retombées au primaire et au secondaire.

1.2 TENDANCES ANALOGUES DANS D'AUTRES PAYS

Depuis une dizaine d'années, des tendances analogues à celle du Québec se sont développées dans plusieurs autres pays du monde. Par exemple aux États-Unis, en 1977, le "National Council of Supervisors of Mathematics" (N.C.S.M.) prenait une position importante en plaçant la résolution de problèmes parmi les principales habiletés de base à développer en mathématiques à l'école. Par la suite, en 1980, le "National Council of Teachers of Mathematics"

(N.C.T.M.) a rendu publiques ses recommandations pour l'enseignement des mathématiques durant les années 80. La toute première de ces recommandations se lit comme suit: "L'enseignement des mathématiques doit être centré sur la résolution de problèmes au cours des années 80". Pour stimuler la mise en oeuvre de cette recommandation, cette association a publié un livre intitulé "Problem Solving in School Mathematics" de même que des articles dans différentes revues, et organisé des conférences, des ateliers et des congrès sur le sujet. Tout ce mouvement continue d'avoir une influence importante en Amérique du Nord. Par exemple, au printemps 1988, le "National Council of Supervisors of Mathematics" (N.C.S.M.) a pris position publiquement à propos des "habiletés de base en mathématiques pour le 21e siècle" à développer à l'école; la résolution de problèmes y conserve une place primordiale. À l'occasion de plusieurs congrès internationaux, on observe aussi des mouvements importants visant à mettre l'accent sur la résolution de problèmes en mathématiques dans d'autres pays, en particulier en Angleterre et en France.

Il est intéressant de remarquer que, sur le plan historique, les préoccupations concernant la résolution de problèmes ne se limitent pas à la dernière décennie. Par exemple, au cours des années 30, le "problem-solving" a été le cri de ralliement des enseignants de mathématiques aux États-Unis, comme en témoigne le rapport "Mathematics in General Education", rendu public en 1940 par la "Progressive Education Association". Par ailleurs, en 1945, paraissait en anglais le célèbre ouvrage de George Polya intitulé "Comment poser et résoudre un problème en mathématiques". Cet ouvrage fut traduit par la suite dans plusieurs autres langues. Durant les trente années suivantes, Polya a publié une quantité considérable d'articles et de livres sur la notion de problème, l'enseignement par les problèmes, le rôle des problèmes dans l'apprentissage des mathématiques, l'enseignement aux élèves de "procédés heuristiques" (stratégies de résolution de problèmes), etc. De même, en 1966, sous l'impulsion de la Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique, A.Z. Krygowska a rendu public à Moscou un important document-synthèse intitulé "Développement de l'activité mathématique des élèves et rôle des problèmes dans ce développement" et élaboré à partir des rapports de sous-commissions nationales de neuf pays différents.

Tous les aspects de la résolution de problèmes en mathématiques discutés de nos jours au Québec et ailleurs ont en fait été débattus à plusieurs reprises dans le passé au niveau international.

1.3 DIFFICULTÉS OBSERVÉES

Face à la tendance qui s'est développée progressivement au Québec et qui valorise la résolution de problèmes en mathématiques au primaire, sont apparues certaines difficultés d'interprétation et d'implantation.

À ce sujet, le Conseil supérieur de l'Éducation fait remarquer les aspects suivants:

> "... En tout cas, de multiples interprétations des orientations semblent possibles, ce qui entretient des équivoques quant à la conception précise à laquelle on invite à se référer. Tout en promouvant une vision élargie des mathématiques et de leur enseignement, la structure interne du programme ne semble donc pas permettre une interprétation claire et univoque des orientations et, par là, ne favorise pas d'emblée le changement souhaité des mentalités et des pratiques."[1]

> "De façon particulière, dans l'implantation du programme, l'"approche par résolution de problèmes" a été escamotée, voire même presque ignorée, laissant place à de multiples interprétations (...). Or, plusieurs enseignants n'auraient vu dans cette option que la nécessité d'accentuer la présentation de problèmes raisonnés ou d'y consacrer plus de temps. Cette confusion est inquiétante pour la réalisation des changements fondamentaux auxquels ce type de démarche est si intimement lié."[2]

Le Conseil supérieur en vient ensuite à formuler la recommandation suivante:

---

1. Conseil supérieur de l'Éducation, L'Enseignement des mathématiques à l'école primaire, Avis au ministre de l'Éducation, Juillet 1985, document nº 50-344, page 11.

2. Ibid. page 14.

> "Que le ministère de l'Éducation clarifie l'approche privilégiée "par résolution de problèmes" et s'assure que les enseignants disposent de la formation et des outils nécessaires pour la comprendre correctement et la pratiquer efficacement."[1]

Par ailleurs le rapport global d'évaluation du programme d'études en mathématiques au primaire conclut que:

> "(...) les principales faiblesses relevées dans le programme sont les obstacles rencontrés dans l'application de ce programme: imprécision en ce qui a trait à la résolution de problèmes, matériel inadéquat, manque de temps, de manuels, d'instruments de mesure;
>
> (...) Les épreuves-synthèse de 3e et de 6e années proposaient une approche de résolution de problèmes conformément au nouveau programme de mathématique. Les résultats des élèves, particulièrement ceux des élèves de 6e année, démontrent une faiblesse et un manque d'expérience de leur part concernant l'habileté à résoudre des problèmes (...)"[2]

1.4 PORTÉE DU PRÉSENT DOCUMENT

Compte tenu de ce qui vient d'être mentionné, le ministère de l'Éducation a décidé de publier un document afin de clarifier et de préciser, à l'aide de recommandations, comment il convient d'envisager la résolution de problèmes en mathématiques au primaire au Québec. Le présent document vient également expliciter et discuter un certain nombre d'éléments du programme d'études en

---

1. Conseil supérieur de l'Éducation, L'Enseignement des mathématiques à l'école primaire, Avis au ministre de l'Éducation, Juillet 1985, document nº 50-344, page 15.

2. Ministère de l'Éducation, Direction générale de l'évaluation et des ressources didactiques, Evaluation des programmes d'études, Mathématique, Primaire, Rapport global, mai 1986, document nº 16-7536, page 38.

mathématiques actuellement en vigueur qui se rapportent à la résolution de problèmes, entre autres l'importance d'insister sur "le développement d'une habileté générale à résoudre des problèmes".[1]

Le présent fascicule se limite à des considérations et à des recommandations générales. Deux autres fascicules[2] viennent le compléter en apportant des suggestions méthodologiques plus détaillées à propos de la planification de situations d'apprentissage; ils doivent être considérés comme complémentaires et indissociables du fascicule K. Les exemples fournis dans le présent document sont formulés de façon concise et il est clair qu'ils devraient être développés davantage pour pouvoir correspondre à des situations d'apprentissage tel que défini dans le fascicule L.

Il importe que tous et chacun des intervenants prennent le temps d'identifier où ils se situent par rapport à l'ensemble des recommandations de ce document et qu'ils s'en inspirent pour aller de l'avant.

Ce document a été rédigé en tenant compte des résultats d'une consultation provinciale menée par le ministère de l'Éducation en 1986 sur le thème de la résolution de problèmes en mathématiques au primaire auprès des commissions scolaires, de l'APAME (Association des Promoteurs de l'Avancement de la Mathématique à l'Élémentaire) et du Q.A.M.T. (Quebec Association of Mathematics Teachers).

---

1. Ministère de l'Éducation, Direction générale du développement pédagogique, Programme d'études, Primaire, Mathématique, octobre 1980, document nº 16-2300-00, p. 7.

2. - Ministère de l'Éducation, Direction générale des programmes, Guide pédagogique, Primaire, Mathématique, Fascicule L, Planification de situations d'apprentissage, Cadre de référence, 1988, document nº 16-2300-12.

   - Ministère de l'Éducation, Direction générale des programmes, Guide pédagogique, Primaire, Mathématique, Fascicule M, Résolution de problèmes et planification de situations d'apprentissage, exemples, document nº 16-2300-13. [à paraître]

2. LA NOTION DE PROBLÈME EN MATHÉMATIQUES

Dans la vie quotidienne et dans les livres de mathématiques, on emploie le mot **"problème"** avec des significations très différentes, qui entraînent une confusion et des malentendus fréquents. Il importe donc de bien préciser au départ dans quel sens ce terme sera utilisé dans le présent document.

Il existe de nombreuses façons de définir **un problème en mathématiques.** Chacune a ses avantages et ses inconvénients. La définition qui suit a été retenue parce qu'elle apparaît relativement facile à comprendre et à communiquer. À première vue, elle peut sembler insister trop exclusivement sur les aspects cognitifs de la résolution de problèmes; toutefois, les aspects affectifs de cette activité, évidemment indissociables des précédents en pratique, seront abordés dès la section 2.5.

2.1 DÉFINITION

Pour un élève ou un groupe d'élèves, un **problème en mathématiques** est **une situation où:**

- **il tente de répondre à une question posée ou d'accomplir une tâche déterminée,** à la lumière de son expérience, ainsi que des informations qui sont fournies explicitement ou non,
- **il lui faut réellement chercher** pour trouver un moyen de répondre à cette question ou d'accomplir cette tâche,
- **il doit faire appel à des mathématiques** ou à des habiletés intellectuelles fréquemment utilisées en mathématiques pour y arriver.

Résoudre ou **solutionner** un problème ou encore **trouver une solution** au problème, **c'est cheminer jusqu'à ce qu'on ait trouvé une réponse correcte à la question posée ou accompli la tâche demandée.** (Il est important de dire "trouver une solution" et non "trouver la solution", puisque certains problèmes admettent plusieurs solutions.) Par **solution** on entend donc **une réponse à la question posée** ou un **accomplissement de la tâche demandée** et non pas le cheminement pour y arriver.

2.2 REMARQUES À PROPOS DE LA DÉFINITION

2.2.1 Un problème suppose une référence à une certaine situation

Un problème en mathématiques suppose au départ que l'on fasse référence à une situation donnée, c'est-à-dire à un contexte où il est question de certains objets ainsi que de certaines relations et opérations (explicitées ou non) faisant intervenir ces objets. La situation évoquée peut être de nature matérielle (personnes, objets d'utilité courante, blocs logiques, ...), de nature abstraite (nombres, figures géométriques, objets imaginés, ...) ou les deux à la fois.

Que la situation lui soit présentée à l'aide d'un texte, d'un matériel de manipulation, d'un dessin ou autrement, de toute façon, l'élève sera amené à s'en faire une certaine idée ou représentation mentale. Dans la définition précédente, lorsque l'on dit qu'"un problème en mathématiques est une situation où ...", **c'est précisément à cette représentation mentale que le mot situation fait référence plutôt qu'à l'aspect concret ou organisationnel de la situation.** (Le terme "situation" n'est donc pas utilisé ici dans le même sens que dans l'expression "situation d'apprentissage" couramment employée par les pédagogues et définie à la section 1 du fascicule L).

Lorsqu'une situation remplie les trois conditions énoncées dans la définition précédente, on peut alors parler de problème en mathématiques. Au lieu du mot **"problème"**, plusieurs auteurs utilisent dans le même sens les expressions **"situation problématique"** et **"situation-problème"**.

2.2.2 Il faut que l'élève ou le groupe d'élèves tente de répondre à une question posée ou d'accomplir une tâche déterminée dans la situation donnée

La première partie de la définition précédente est très importante. En effet, pour dire qu'une situation constitue un problème pour un élève ou un groupe d'élèves, il faut qu'il y trouve une question posée ou une tâche à accomplir bien déterminée. (En pratique, cette question ou cette tâche sont parfois multiples, c'est-à-dire qu'il peut y avoir en fait plusieurs questions posées ou plusieurs tâches à accomplir.)

Exemple de problème avec une question posée (10 ans)

Les six classes de 5e année d'une école ont chacune formé une équipe de ballon volant. Elles organisent un tournoi où chaque équipe jouera une seule fois contre toutes les autres.

Combien de parties y aura-t-il dans ce tournoi?

Exemple de problème avec une tâche multiple à accomplir (10 ans)

Afin de rédiger un article dans le journal de l'école sur les sports préférés par les élèves:

a) Construis un diagramme illustrant des informations contenues dans le tableau suivant:

Pour chaque groupe d'âge de l'école nombre de filles (F) et de garçons (G) préférant chacun des sports

Sport \ Âge et sexe	6 ans		7 ans		8 ans		9 ans		10 ans		11 ans	
	F	G	F	G	F	G	F	G	F	G	F	G
PATIN	10	8	7	15	9	6	5	12	7	6	8	9
SKI DE FOND	4	10	13	6	10	10	7	9	6	6	9	10
NATATION	6	7	8	6	6	3	8	7	8	6	6	9
COURSE	3	2	1	3	6	7	6	8	7	2	6	6
HOCKEY	3	6	2	5	9	6	8	7	9	12	10	10

b) Exprime certains renseignements que tu peux tirer de ce diagramme.

Exemple de situation qui n'est pas un problème parce qu'il n'y a pas de question posée ou de tâche à accomplir

Dans une gare il y a un autobus qui part à chaque heure entre 8 heures et 20 heures. Ces autobus peuvent transporter jusqu'à 53 passagers. Le prix moyen d'un billet est de 38,00 $.

Généralement, la question posée ou la tâche à accomplir sont proposées aux élèves par l'enseignant ou par le manuel. Cependant, il demeure important que les élèves eux-mêmes aient l'occasion de formuler des questions ou de décider des tâches à accomplir, soit dans des situations qui ne sont pas encore problématiques, soit à partir de problèmes déjà résolus.

2.2.3 Par sa nature même, un problème exige une réelle recherche de la part de l'élève ou du groupe d'élèves

La deuxième partie de la définition est cruciale. Face à une situation qui représente pour lui un problème en mathématiques, un élève ou un groupe d'élèves se sent impuissant et en un certain sens "en déséquilibre" du point de vue cognitif; pour arriver à répondre à la question posée ou à accomplir la tâche demandée, il doit absolument réfléchir et réellement chercher en faisant appel à divers processus mentaux plus complexes que la simple mémorisation. La raison principale qui l'oblige à chercher, **c'est qu'il ne voit pas d'emblée un moyen d'arriver à une solution**, et cela même s'il comprend bien le problème et s'il possède déjà toutes les données et les connaissances nécessaires pour le résoudre.

Exemple (10 ans)

Les élèves qui veulent trouver le nombre de parties possible dans un tournoi entre six classes, sachant qu'elles ne joueront qu'une seule fois les unes contre les autres, doivent réfléchir et réellement chercher avant de trouver une solution.

Par contre, certains élèves du même groupe, déjà familiers avec le plus petit commun multiple, qui doivent trouver le plus petit commun multiple entre 9, 12 et 15 n'ont pas vraiment à réfléchir ou à chercher pour trouver une solution et cela, même s'il y a un certain nombre de calculs à faire car la façon de procéder ou la méthode de résolution est claire.

Il en est de même pour ceux qui, déjà familiers avec la notion d'aire, doivent trouver la quantité de tapis nécessaire pour couvrir le plancher de la classe. Ils n'ont pas vraiment à réfléchir ou à chercher pour trouver une solution et cela, même s'ils doivent trouver certaines données car la façon de procéder ou la méthode de résolution est claire.

Il est commode de distinguer les **deux catégories suivantes de problèmes**, quoique naturellement, dans la pratique, la plupart des problèmes proposés aux élèves se situent entre ces deux extrêmes:

- Des problèmes que certains auteurs appellent des "problèmes courts" et dont la résolution exige normalement un peu de recherche et un temps assez limité.

  Cette catégorie comprend des problèmes dont la résolution nécessite le choix par l'élève d'une **combinaison** adéquate de **connaissances déjà étudiées** ou d'**habiletés déjà développées**, parmi plusieurs combinaisons qu'il a déjà rencontrées auparavant.

- Des problèmes que certains auteurs qualifient de "problèmes de recherche" ou de "problèmes longs" et dont la résolution demande normalement beaucoup de recherche et de temps.

  Cette catégorie comprend des problèmes dont la résolution nécessite la **création** d'une **combinaison originale** de connaissances et d'habiletés, beaucoup d'**indépendance d'esprit** ainsi que l'utilisation de **raisonnements** plausibles.

Exemple de "problèmes courts" (10 ans)

Le père de Claude veut construire un patio ayant la forme d'un rectangle de 5 mètres par 4 mètres. Il a acheté des tuiles carrées de 50 centimètres de côté. Combien de tuiles utilisera-t-il pour construire ce patio?

Exemple de "problèmes de recherche" ou de "problèmes longs" (10 ans)

L'ANIMALERIE

Imagine que dans six mois tu ouvres une animalerie dans un centre commercial. D'ici là, tu dois acheter des couples d'animaux en espérant qu'ils feront des petits. Le tableau suivant présente quelques renseignements qui pourraient t'être utiles.

ANIMAL	DURÉE DE LA GESTATION OU DE L'INCUBATION	NOMBRE DE PETITS
Souris blanche	19 jours	6 - 12
Chien	63 jours	2 - 5
Tortue	87 jours	5 - 22
Perruche	18 jours	4 - 7
Hamster	15 jours	3 - 12
Serin	13 jours	3 - 5
Lapin	30 jours	4 - 12
Cobaye	68 jours	2 - 6

Choisis les animaux que tu veux offrir dans ton animalerie. En fonction du nombre de couples que tu as décidé d'acheter, calcule pour chaque espèce choisie le nombre de petits que tu pourrais avoir avant l'ouverture de l'animalerie.

2.2.4 Il faut que l'élève ou le groupe d'élèves fasse appel à des mathématiques ou à des habiletés intellectuelles fréquemment utilisées en mathématiques pour résoudre le problème

La troisième partie de la définition est également essentielle. Pour qu'il s'agisse d'un problème en mathématiques, l'élève ou le groupe d'élèves doit faire appel pour le résoudre à des savoirs (concepts, propriétés, méthodes, algorithmes, etc.) ou à des savoir-faire (habiletés techniques ou intellectuelles) mathématiques, ou encore à des habiletés de raisonnement logique traditionnellement valorisées en mathématiques (par exemple, celles qui sont requises pour la résolution d'un bon nombre de jeux à caractère logique, d'énigmes, de "puzzles", etc.).

RECOMMANDATIONS

On observe que dans l'enseignement des mathématiques au primaire, on propose aux élèves un nombre considérable d'exercices, mais très peu de problèmes au sens où ce terme est défini dans le présent document. D'où la recommandation suivante afin de combler cette lacune:

> **Proposer aux élèves davantage de problèmes en mathématiques, au sens où le mot "problème" est défini à la section 2.1.**

Il faut aussi garder à l'esprit cette recommandation:

> **S'assurer que les élèves aient l'occasion de formuler eux-mêmes des problèmes en mathématiques, au sens où le mot "problème" est défini à la section 2.1.**

2.3 CONTRASTE ENTRE UN PROBLÈME ET UN EXERCICE EN MATHÉMATIQUES

Pour un élève ou un groupe d'élèves, un **exercice en mathématiques** est **une situation où:**

- **il tente de répondre à une question posée ou d'accomplir une tâche déterminée**, à la lumière de son expérience, ainsi que des informations qui sont fournies explicitement ou non,
- **il lui vient rapidement à l'esprit** un moyen de répondre à cette question ou d'accomplir cette tâche,
- **il doit faire appel à des mathématiques** ou à des habiletés intellectuelles fréquemment utilisées en mathématiques pour y arriver.

Exemple (11 ans)

Généralement pour des élèves de cet âge, diviser 6835 par 43 est un exercice. Le fait de rajouter un contexte réaliste ne change rien: ça demeure un exercice. L'exemple suivant demeure toujours un exercice pour le même groupe d'élèves et cela même si une mathématisation est nécessaire:

> Annie examine l'argent qu'elle a recueilli à la suite d'un marchethon. Elle a ramassé 6 billets de 2 $, 5 pièces de 1 $, 7 pièces de 25¢, 14 pièces de 10¢, 2 pièces de 5¢ et 47 pièces de 1¢. Combien a-t-elle ramassé?

2.3.1 La façon de résoudre un exercice saute aux yeux de l'élève ou du groupe d'élèves

Si l'on compare la définition qui précède à celle de "problème" donnée à la section 2.1, une différence majeure entre un problème et un exercice apparaît dans la deuxième partie des définitions. Devant ce qui constitue pour eux un **exercice** en mathématiques, les élèves voient spontanément comment s'y prendre pour le résoudre. Par contre, face à ce qui constitue pour eux un **problème** en mathématiques, ils doivent réellement chercher et parfois même être ingénieux et créatifs pour le résoudre.

2.3.2 Par rapport aux problèmes, les exercices jouent des rôles différents et complémentaires

Dans l'enseignement des mathématiques, les exercices ont principalement pour but de faire fixer par les élèves des habiletés ou des automatismes auxquels ils ont déjà été initiés, ou encore de faire pratiquer l'application de certaines définitions ou propriétés qu'ils ont précédemment apprises en classe.

Exemple d'un exercice relatif à une habileté (10 ans)

Mesurer, en centimètres, la hauteur de la porte de la classe.

Exemple d'un exercice relatif à l'application d'une définition ou de propriétés (10 ans)

Encercler les nombres premiers parmi 2, 5, 9, 14, 18, 20 et 21.

Selon le moment où ils sont utilisés, on peut distinguer:

- Les exercices d'application immédiate (à court terme), c'est-à-dire qui visent à fixer des habiletés ou des connaissances. Leur résolution requiert l'application mécanique d'une méthode, formule, définition ou propriété venant tout juste d'être étudiée par les élèves.

- Les exercices d'application différée (à moyen terme), c'est-à-dire qui visent à renforcer des habiletés ou des connaissances. Leur résolution requiert l'application de règles, méthodes, formules, définitions ou propriétés étudiées quelque temps auparavant par les élèves.

- Les exercices d'entretien (à long terme) d'habiletés ou de connaissances. Leur résolution requiert l'application de règles, méthodes, formules, définitions ou propriétés étudiées longtemps auparavant par les élèves.

Même si le présent document met l'accent sur les problèmes (situations problématiques), les exercices (situations non problématiques) conservent néanmoins leur importance dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. En fait, les exercices et les problèmes jouent des rôles différents et complémentaires.

Les exercices proposés au primaire sont souvent à caractère répétitif, stéréotypé (à résoudre en suivant un certain modèle) et à contexte purement mathématique, ce qui les rend fades et ennuyeux pour beaucoup d'élèves. **Il est essentiel de faire comprendre aux élèves la pertinence des exercices proposés par rapport à l'apprentissage de certains concepts ou par rapport au développement de certaines habiletés.** Il y a aussi moyen de rendre certains exercices moins rebutants en les présentant sous forme de jeux ou sous d'autres formes dotées d'une signification pour les élèves.

2.4 RELATIVITÉ DE LA NOTION DE PROBLÈME EN MATHÉMATIQUES

Par définition même, la notion de problème en mathématiques est tout à fait relative. En effet, il se peut très bien qu'une situation constitue un problème pour tel élève, mais non pour tel autre, parce que ce dernier possède davantage de connaissances ou d'habiletés et qu'un moyen d'arriver à une solution lui saute aux yeux immédiatement.

De plus, la notion de problème en mathématiques doit être considérée du point de vue de l'élève et non de l'enseignant. En effet, une situation peut être perçue par l'enseignant comme étant un simple exercice pour certains élèves alors qu'en fait il s'agit pour eux d'un problème ou bien vice-versa.

Exemple

L'énoncé suivant peut être un problème pour des élèves de 7 ans et ne pas en être pour ceux de 11 ans:

Voici le prix de certains fruits:

Claude a acheté 3 fruits différents et il a payé 75¢. Quels fruits a-t-il achetés?

Par ailleurs, pour un même élève, une situation peut constituer un problème à un moment donné, mais devenir par la suite un simple exercice de routine n'exigeant de lui aucune recherche.

Exemple (6 ans)

Supposons que l'on propose à des enfants de trouver la somme de 6 + 7 + 15 + 3 + 9. Ils connaissent bien la numération et le sens de l'addition mais ils sont peut-être peu familiers avec des algorithmes de calcul écrit ou mental. Cette simple addition peut donc être un problème pour eux. En utilisant du matériel de manipulation (bâtonnets, réglettes, cubes multibases, jetons, etc.), ils trouveront une solution. Plus tard, quand ils seront devenus plus habiles en calcul, ce problème deviendra pour eux un simple exercice.

Parfois également, une situation peut constituer un problème pour un élève, tout dépendant des exigences qu'il s'impose pour répondre à la question posée ou accomplir la tâche demandée.

Exemple (9 ans)

Il se peut que calculer la somme des 100 premiers nombres entiers positifs ne soit pas un problème pour les élèves, puisque la façon de trouver la réponse est bien évidente: il suffit de s'armer de patience et de faire de longs calculs (avec ou sans la calculatrice). Mais il peut en être bien autrement si on leur demande plutôt de trouver une façon ingénieuse de calculer rapidement la somme des 100 premiers nombres entiers positifs.

Remarque

Compte tenu de ce qui précède, les exemples fournis dans ce document ne donnent qu'une idée approximative de l'âge des élèves pour lesquels ils pourraient ou non représenter des problèmes. D'ailleurs, même pour l'âge indiqué, les exemples en question peuvent représenter un problème pour certains élèves et un simple exercice pour d'autres.

RECOMMANDATION

Garder à l'esprit que la notion de problème en mathématiques est relative.

2.5 RÔLE-CLÉ JOUÉ PAR L'AFFECTIVITÉ DANS LA RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME EN MATHÉMATIQUES

Même si la définition donnée à la section 2.1 n'y fait pas explicitement référence, il est évident que **l'affectivité joue un rôle considérable et déterminant dans la résolution d'un problème** par un élève ou par un groupe d'élèves. Tout au long du processus de résolution, en effet, l'élève est influencé plus ou moins consciemment par des sensations, des émotions et des attitudes affectives de tous genres qui peuvent stimuler ou bloquer sa démarche.

Ainsi, initialement, face au problème qui lui cause un certain "blocage" du point de vue cognitif et qui exige de lui une certaine recherche, un élève peut se sentir impuissant et désintéressé. Il a besoin alors d'être suffisamment motivé pour "s'approprier" le problème et pour accepter de s'engager dans une démarche de résolution. Par contre, un autre élève peut se sentir confiant et stimulé devant ce "blocage" et s'engager rapidement dans une démarche de résolution.

Par la suite, pendant qu'il tente de solutionner le problème, il peut subir une tension continuelle et de temps en temps, à cause des difficultés rencontrées, ressentir de la frustration et du découragement. Il doit alors faire preuve de persévérance et de patience.

À la fin, selon que ses efforts seront couronnés de succès ou non, il ne manquera pas de ressentir une grande satisfaction ou de la déception.

2.5.1 Le rôle de l'enseignant pour stimuler positivement l'affectivité des élèves face à un problème

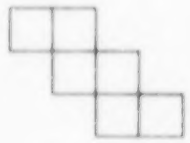
Il est important d'insister ici sur le rôle prépondérant que doit jouer l'enseignant pour stimuler positivement l'affectivité de ses élèves face à un problème et en particulier pour créer chez eux des sentiments de succès et de satisfaction lorsqu'ils résolvent des problèmes en mathématiques.

Exemple

Voici un problème qui peut être intéressant pour des élèves de 10-11 ans, mais être plutôt décourageant pour ceux de 7-8 ans, étant donné qu'ils doivent trouver toutes les façons possibles:

Trouve toutes les façons possibles de juxtaposer 6 carrés de sorte que tu puisses construire un cube en pliant le long des segments communs.

En voici une:



D'abord, certains problèmes, dont le type varie suivant les niveaux et les âges, ont a priori plus de chances que d'autres d'intéresser les élèves et de les motiver à s'engager dans une démarche de résolution. Cependant, un fait demeure indéniable: en soi, aucun problème n'a de vertu magique pour motiver tous les élèves. L'enseignant doit donc choisir judicieusement les problèmes qu'il propose en classe ainsi que le moment le mieux approprié pour les utiliser, en évaluant bien leur niveau de difficulté ainsi que les chances de réussite des élèves. Il importe également, répétons-le, que de temps en temps, il permette aux élèves de formuler leurs propres problèmes ou de choisir les problèmes à résoudre à partir d'une banque proposée.

Par ailleurs, qu'il s'agisse d'un problème avec un contexte réel, réaliste, fantaisiste ou purement mathématique, les interventions de l'enseignant demeurent cruciales pour que les élèves profitent au maximum de la résolution du problème. En effet, l'enseignant doit faire tout son possible pour que les élèves s'intéressent au problème, qu'ils acceptent de s'engager dans sa résolution et qu'ils persévèrent dans leurs efforts afin de faire les apprentissages souhaités.

Enfin, les attitudes de l'enseignant vis-à-vis de la résolution de problèmes peuvent avoir également une influence déterminante sur celles des élèves: tout dépend comment il réagit personnellement face à la résolution de problèmes, s'il laisse chercher suffisamment les élèves, s'il accorde beaucoup d'importance à leur démarche individuelle de résolution, s'il encourage les élèves à utiliser plusieurs méthodes différentes pour résoudre un même problème, etc.

RECOMMANDATION

Demeurer attentif au rôle-clé que joue l'affectivité de l'élève dans la résolution d'un problème en mathématiques.

2.6 CLASSIFICATION DES PROBLÈMES EN MATHÉMATIQUES

Il y a de nombreuses façons de classifier les problèmes. Nous nous contentons ici d'en souligner quelques-unes.

2.6.1 Classification selon le contexte

Nous distinguons ici:

a) Les problèmes à contexte réel

"Un contexte est <u>réel</u> s'il se produit effectivement dans la réalité."[1]

<u>Exemple (9 ans)</u>

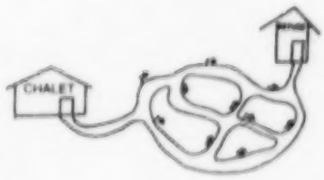
Construis un système de repérage des chaises dans le gymnase pour le spectacle de fin d'année et représente-le à l'aide d'un plan du gymnase.

b) Les problèmes à contexte réaliste

"Un contexte est <u>réaliste</u> s'il est susceptible de se produire réellement. Il s'agit d'une simulation de la réalité ou d'une partie de la réalité."[2]

<u>Exemple (8 ans)</u>

Avec des amis, Claude fait une excursion en montagne. Voici le plan des sentiers qui leur permettent, en partant du chalet, de se rendre au refuge. Combien y a-t-il de façons différentes de se rendre au refuge?



1. Ministère de l'Éducation, Direction générale des programmes, <u>Guide pédagogique, Primaire, Mathématique, Fascicule L, Planification de situations d'apprentissage, Cadre de référence</u>, 1988, document n° 16-2300-12, page 20.

2. Ibid. page 21.

c) Les problèmes à contexte fantaisiste

"Un contexte est fantaisiste s'il est le fruit de l'imagination et qu'il est sans fondement dans la réalité."[1]

Exemple (8 ans)

Un professeur spécial donne à ses élèves 1 minute de récréation la première journée de classe; 2 minutes, la deuxième; 4 minutes, la troisième; 8 minutes, la quatrième; etc. Combien de minutes de récréation auront-ils à la fin de la deuxième semaine de classe?

d) Les problèmes à contexte purement mathématique

"Un contexte est purement mathématique s'il fait exclusivement référence à des objets mathématiques: nombres, relations et opérations arithmétiques, figures géométriques, etc."[2]

Exemple (9 ans)

En utilisant les nombres 3, 28, 67 et 85 une seule fois chacun et les quatre opérations au choix, trouve une suite d'opérations qui te permettrait d'arriver le plus près possible de 2039. Tu peux utiliser ta calculatrice.

"Il est à noter que certains problèmes présentés sous forme de jeux, d'énigmes, de puzzles, etc. ne se situent pas nettement par rapport à cette classification: en effet, l'idée de jeu peut être présente dans un contexte réel, réaliste, fantaisiste ou purement mathématique."3

---

1. Ministère de l'Éducation, Direction générale des programmes, Guide pédagogique, Primaire, Mathématique, Fascicule L, Planification de situations d'apprentissage, Cadre de référence, 1988, document nº 16-2300-12, page 22.

2. Ibid. page 23.

3. Ibid. page 24.

En général, la résolution d'un problème à contexte réel, réaliste ou fantaisiste nécessite la mathématisation de la situation donnée, c'est-à-dire sa traduction en langage mathématique. Puisqu'il s'agit d'un problème, le processus de mathématisation en question doit exiger une certaine recherche de la part de l'élève qui résout le problème. Si celui-ci peut mathématiser la situation de façon presque automatique et sans effort, alors il ne s'agit pas d'un problème, mais plutôt d'un exercice de mathématisation!

Il faut veiller à ce que les contextes des problèmes proposés aux élèves soient cohérents en soi et avec les apprentissages visés et qu'ils ne viennent pas dénaturer les notions mathématiques concernées.

RECOMMANDATION

Proposer aux élèves des problèmes avec différents types de contextes: contextes réels, contextes réalistes, contextes fantaisistes et contextes purement mathématiques.

2.6.2 Classification selon le nombre de solutions

Selon le nombre de solutions qu'ils admettent, nous distinguons ici:

a) Les problèmes qui ont une seule solution

Exemple (10 ans)

Les six classes de 5e année d'une école ont chacune formé une équipe de ballon volant. On organise un tournoi où chaque équipe jouera une seule fois contre toutes les autres. Combien de parties y aura-t-il dans ce tournoi?

b) Les problèmes qui ont un nombre fini de solutions

Exemple (8 ans)

Trouve tous les montants que l'on peut former si on dispose de 3 pièces de 1¢, 2 pièces de 5¢ et d'une pièce de 10¢.

c) Les problèmes qui ont une infinité de solutions

Exemple (10 ans)

Dessine au hasard 2 points sur une feuille. Où peux-tu dessiner le 3^{e} point pour former un triangle isocèle?

d) Les problèmes qui n'ont aucune solution

Exemple (9 ans)

En utilisant un crayon rouge (R), un bleu (B) et un vert (V), colorie la carte ci-contre de telle sorte que deux régions ayant une frontière commune ne soient pas de la même couleur.

RECOMMANDATION

Proposer aux élèves des problèmes variés quant au nombre de leurs solutions: une seule solution, un nombre fini de solutions, une infinité de solutions et aucune solution.

2.6.3 Classification d'après l'adéquation des données fournies

Selon que les données fournies dans un problème sont adéquates ou non pour sa résolution, nous distinguons ici:

a) Les problèmes dont les données sont complètes

Il s'agit de problèmes qui présentent, de façon explicite, toutes les informations nécessaires à leur résolution. Les élèves doivent **repérer** ces informations et les **utiliser**.

Exemple (10 ans)

Le père de Claude veut construire un patio ayant la forme d'un rectangle de 5 mètres par 4 mètres. Il a acheté des tuiles carrées de 50 centimètres de côté. Combien de tuiles utilisera-t-il pour construire ce patio?

b) Les problèmes comportant des données superflues

Il s'agit de problèmes qui présentent, de façon explicite, certaines informations qui ne sont pas nécessaires à leur résolution. Les élèves doivent **sélectionner** les informations pertinentes et les **utiliser**.

Exemple (7 ans)

Sergio avait 25 $. Il a acheté 1 disque à 8 $, 1 revue à 3 $ et 1 poster dont il a oublié le prix. Il a tout dépensé sauf 2 $. Combien a-t-il dépensé?

c) Les problèmes avec des données manquantes

Il s'agit de problèmes qui ne présentent pas, de façon explicite, toutes les informations nécessaires à leur résolution et tels que les élèves **doivent trouver eux-mêmes** les informations qui manquent. Dans l'exemple suivant, les dimensions du plancher du hall d'entrée de l'école ne sont pas données: les élèves doivent les chercher.

Exemple (8 ans)

Quelle quantité de tapis faudrait-il acheter pour couvrir le plancher du hall d'entrée de ton école?

d) Les problèmes contenant des données insuffisantes

Il s'agit de problèmes qui ne présentent pas, de façon explicite, toutes les informations nécessaires à leur résolution et tels que les élèves **ne peuvent pas trouver eux-mêmes** les informations qui manquent.

Exemple (8 ans)

Un autobus s'arrête une première fois: 2 passagers descendent et 7 passagers montent. A l'arrêt suivant, 1 passager descend et 9 passagers montent. Enfin au troisième arrêt, tous les passagers descendent. Combien de passagers sont descendus au troisième arrêt?

RECOMMANDATION

> **Proposer aux élèves des problèmes variés du point de vue de l'adéquation des données fournies: données complètes, données superflues, données manquantes et données insuffisantes.**

2.7 MODES DE PRÉSENTATION D'UN PROBLÈME EN MATHÉMATIQUES

Il existe diverses façons, toutes aussi valables les unes que les autres, de présenter un problème à des élèves du primaire. Le mode de présentation utilisé peut être, par exemple:

- un énoncé écrit;
- un énoncé oral;
- un énoncé écrit ou un énoncé oral, accompagné de dessins, tableaux, figures, graphiques, schémas, etc.;
- un énoncé écrit ou un énoncé oral, accompagné de symboles, de formules ou de propositions mathématiques, etc.;
- un énoncé écrit ou un énoncé oral, accompagné de matériel de manipulation: blocs logiques, jetons, abaque, calculatrice, réglettes, solides géométriques, matériel de construction, miroir, etc.;
- un énoncé oral accompagné de gestes.

Exemple d'énoncé écrit accompagné de dessins et de symboles mathématiques (8 ans)

Voici une suite de nombres appelés nombres triangulaires:

Trouve les deux nombres suivants de cette suite et identifie une forme géométrique que tu peux associer à la somme de deux nombres triangulaires consécutifs.

Exemple d'énoncé oral accompagné d'un matériel de manipulation (7 ans)

En distribuant des solides aux élèves, l'enseignant leur donne oralement la consigne suivante:

"Utilise les solides que tu as en main et classe-les de différentes façons selon des propriétés que tu auras identifiées de manière à obtenir:

. 2 ensembles . 4 ensembles
. 3 ensembles . 5 ensembles"

Si le problème est présenté à l'aide d'un énoncé écrit, l'enseignant devra tenir compte des habiletés en lecture de ses élèves. **Un problème en mathématiques ne doit pas se réduire avant tout à un problème de compréhension de texte.** Si des élèves n'ont pas atteint les exigences minimales en lecture, l'enseignant devra leur rendre accessibles les données du problème soit en les lisant à haute voix, soit en les présentant sous une forme imagée ou schématique. De plus, il faut tenir compte de certains critères de lisibilité: le vocabulaire choisi, la structure et la longueur des phrases, la pertinence des illustrations fournies, le repérage visuel de la question ou de la tâche, etc.

Il importe ici de bien faire la différence entre ce qui sert à présenter un problème (mode de présentation) et le problème lui-même. Par exemple, si un problème est présenté à un élève au moyen d'un texte écrit accompagné d'une figure, il faut faire une distinction nette entre, d'une part, l'énoncé du problème et la figure, qui sont des objets concrets, visibles et fixes, et

d'autre part, le problème lui-même, c'est-à-dire l'idée (représentation mentale) que l'élève se fait en lisant l'énoncé. Le problème lui-même est un objet abstrait qui change à mesure que progresse la compréhension de l'énoncé et de la figure. (Ces idées sont reprises aux sections 3.2 et 3.3).

FIGURE 1

Compte tenu de cette distinction fondamentale, il faut bien garder à l'esprit que la recommandation "proposer aux élèves davantage de problèmes en mathématiques" formulée à la page 17, veut dire qu'il faut proposer aux élèves davantage de situations qui évoquent des problèmes dans leur esprit et non seulement dans l'esprit de l'enseignant; en d'autres termes, il s'agit d'augmenter la qualité et non seulement la quantité des problèmes.

RECOMMANDATION

Proposer aux élèves des problèmes avec différents modes de présentation.

3. LE PROCESSUS DE RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME EN MATHÉMATIQUES

Dans la section précédente, nous avons défini et précisé ce qu'est un "problème" pour un élève ou un groupe d'élèves. Nous allons maintenant décrire plus en détail le processus de résolution d'un problème par un élève, c'est-à-dire le processus suivi par ce dernier pour tenter de répondre à la question posée ou d'accomplir la tâche demandée. Il s'agit là d'un processus fort complexe et il importe d'envisager la résolution de problèmes dans une perspective suffisamment large et globale pour tenir compte des nombreux facteurs en jeu.

3.1 FACTEURS INFLUENÇANT LE PROCESSUS DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES EN MATHÉMATIQUES

Imaginons un élève qui se trouve face à une situation constituant pour lui un problème. Pour tenter d'en trouver la solution, l'élève s'engage dans un processus de résolution du problème en question. Or, plusieurs facteurs peuvent avoir une influence positive ou négative sur le déroulement et les résultats de ce processus. Les principaux facteurs sont représentés schématiquement dans les figures de la page suivante.

3.1.1 Le problème

L'un de ces facteurs, c'est évidemment le problème présenté à l'élève selon un certain mode de présentation et avec un certain nombre de données dont il doit tenir compte. Certaines données sont fournies explicitement, par exemple des informations contenues dans l'énoncé concernant les éléments et les relations en jeu, la question posée ou la tâche à accomplir, les conditions à satisfaire, etc. Par contre, d'autres données sont fournies implicitement, par exemple certaines contraintes non explicitées qui s'appliquent nécessairement dans le contexte évoqué ou qui sont inhérentes au matériel utilisé.

Même si les élèves possèdent les exigences minimales en lecture, c'est-à-dire qu'ils ont accès aux données du problème, cela ne veut pas nécessairement dire qu'ils n'éprouveront pas de difficultés au niveau de la compréhension du problème du point de vue mathématique. Ce sera alors le moment de leur donner l'occasion de développer des moyens pour comprendre un problème.

Pour ce qui est du problème lui-même, un point demeure absolument crucial. **Au départ, l'élève perçoit généralement ce problème comme un objet qui lui est extérieur,** surtout si ce problème est imposé par l'enseignant ou le manuel. Pour qu'il s'engage dans un processus de résolution du problème et qu'il persiste dans sa recherche d'une solution, **il lui est indispensable, en un certain sens, de "s'approprier" le problème, tant au niveau cognitif qu'au niveau affectif.** D'une part, en effet, l'élève doit arriver à bien comprendre le problème et à le mettre en relation avec les connaissances et les habiletés qu'il possède pour tenter de le solutionner. D'autre part, il doit s'intéresser au problème au point d'accepter de chercher pour tenter de trouver une solution. En bref, l'élève doit passer de la situation représentée à la figure 2 à celle de la figure 3.

• représente le PROBLÈME
■ représente les CONDITIONS MATÉRIELLES

FIGURE 2

• représente le PROBLÈME
■ représente les CONDITIONS MATÉRIELLES

FIGURE 3

3.1.2 L'élève

Un autre facteur ayant une influence prépondérante est l'élève avec tout ce dont il dispose pour résoudre le problème: les connaissances et les habiletés qu'il possède déjà, son expérience en résolution de problèmes, son profil socio-affectif, son mode d'interaction sociale, son style d'apprentissage, etc. Pour bien mettre ce fait en évidence, chacun des élèves a été représenté dans les figures 2 et 3 par une bulle contenant un "réseau" miniature au lieu d'un simple point.

3.1.3 Interactions entre l'enseignant et les élèves

Les interactions entre l'enseignant et les élèves constituent aussi un facteur qui peut influencer grandement le processus de résolution de problèmes chez les élèves. À travers ses comportements verbaux et non verbaux, l'enseignant transmet aux élèves, inconsciemment ou non, tout un ensemble d'attitudes et d'habitudes à propos de la résolution de problèmes. De plus, tel que mentionné à la section 2.5.1, l'enseignant joue un rôle important pour stimuler positivement l'affectivité des élèves face à un problème.

3.1.4 Interactions entre les élèves

Les interactions entre élèves peuvent également jouer un rôle important lors de la résolution de problèmes, entre autres, lorsqu'ils ont l'occasion de résoudre un problème en équipe. Il peut alors leur être particulièrement profitable de discuter de leurs idées et suggestions avec leurs co-équipiers. Le travail d'équipe permet aux élèves de communiquer tout au long de leur démarche de résolution de problèmes et de confronter leurs façons de faire ou de penser. Néanmoins, malgré les avantages du travail en équipe, il demeure pertinent que l'élève réussisse aussi à résoudre seul des problèmes.

3.1.5 Conditions matérielles

Parfois, les conditions matérielles (environnement calme ou bruyant, présence ou absence de matériel, utilisation ou non de la calculatrice ou du micro-ordinateur, position confortable ou non, etc.) peuvent influer d'une façon significative sur le rendement de l'élève qui tente de solutionner un problème.

RECOMMANDATIONS

> **Être attentif aux facteurs influençant le processus de résolution de problèmes en mathématiques: le problème, l'élève, les interactions entre l'enseignant et les élèves et entre les élèves eux-mêmes, conditions matérielles, etc.**

> **Exploiter, en classe, les avantages du travail en équipe dans la résolution de problèmes en mathématiques.**

3.2 REPRÉSENTATION MENTALE D'UN PROBLÈME EN MATHÉMATIQUES

Tel que mentionné à la section 2.7 peu importe le mode de présentation, l'élève a une certaine <u>représentation mentale</u> du problème qui lui est présenté: il se fait une certaine idée de ce problème et de la façon de le résoudre. Par exemple, si un problème est présenté au moyen d'un énoncé écrit et d'un certain matériel, le <u>problème</u> consiste pour l'élève non pas dans l'énoncé et le matériel mêmes, mais plucôt dans <u>l'idée</u> qu'il se fait en lisant l'énoncé

et en manipulant le matériel. En général, les élèves se construisent des représentations mentales différentes d'un même problème, qui peuvent aussi être différentes de celle de l'enseignant.

La représentation mentale d'un problème chez un élève évolue au fur et à mesure qu'il progresse dans sa démarche de résolution du problème. En ce sens, le problème lui-même se modifie dans l'esprit de l'élève.

3.3 DÉMARCHE DE RÉSOLUTION D'UN ÉLÈVE

Par **démarche de résolution** d'un élève, on entend **tout ce qu'il pense et tout ce qu'il fait** pendant qu'il tente de répondre à la question posée ou d'accomplir la tâche demandée. La démarche de résolution est donc personnelle à chaque élève.

L'expression "tout ce qu'il pense" se rapporte à la suite des représentations mentales que l'élève a du problème et de la façon de le résoudre durant ses tentatives de résolution.

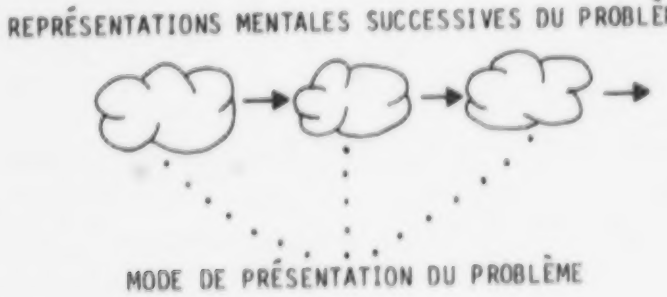
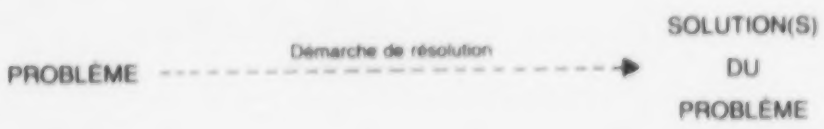


FIGURE 4

Par ailleurs, l'expression "tout ce qu'il fait" se rapporte à toutes les manifestations observables (écrites, orales, graphiques ou comportementales) qui correspondent à ses représentations mentales et que l'élève fournit pendant qu'il pense.

Tel que mentionné à la section 2.1, il est essentiel de faire une distinction nette entre **une solution d'un problème** et la **démarche de résolution suivie par un élève** pour tenter d'y arriver. La démarche de résolution d'un élève est un **processus**, tandis qu'une solution du problème, si l'élève arrive à en trouver une, est un **produit** de ce processus.



Il peut arriver que la démarche de résolution d'un élève ait été précédée d'une démarche de formulation de problèmes à laquelle il a participé, soit dans des situations qui ne sont pas encore problématiques, soit à partir de problèmes déjà résolus.

RECOMMANDATION

> **Mettre l'accent sur les démarches de résolution des élèves et non pas seulement sur la ou les solutions d'un problème en mathématiques.**

3.4 TRACES DE LA DÉMARCHE DE RÉSOLUTION D'UN ÉLÈVE

Par **traces de la démarche de résolution** d'un élève, on entend toutes les explications verbales ou écrites (accompagnées éventuellement de dessins, de symboles ou de manipulations) que celui-ci fournit en décrivant **l'essentiel de la démarche de résolution qu'il a suivie antérieurement** à propos d'un problème donné.

Contrairement aux manifestations spontanées observables chez l'élève durant la résolution, les traces de sa démarche de résolution sont le résultat d'une analyse et d'une épuration faites postérieurement à cette démarche. Cette distinction est semblable à celle qui s'impose entre le brouillon et la copie au propre remise par l'élève, ou encore à celle qu'il faut faire entre les paroles de l'élève qui "pense à haute voix" pendant sa démarche de résolution et ce qu'il dit lorsqu'il décrit oralement en classe sa démarche de résolution.

Supposons, par exemple, qu'on demande à un élève de 7 ans combien de fois il utilisera le chiffre 6 s'il doit numéroter les pages d'un livre qui en contient 100. Sa démarche de résolution consistera alors en tout ce qu'il aura pensé et fait pour trouver une solution (explorations, essais et erreurs, etc.). Si par la suite on lui demande d'expliquer comment il a trouvé une solution, voici un exemple de traces verbales de sa démarche qu'il pourrait donner:

> "Je me suis dit qu'il y a un 6 entre 1 et 10, qu'il y a deux 6 entre 1 et 20 et ainsi de suite jusqu'à 100. Ça fait dix 6. De 60 à 70, il y a dix 6 pour la dizaine. Ça fait vingt 6 entre 0 et 100."

Supposons, par ailleurs, qu'on demande à un élève de 10 ans le nombre de parties possible dans un tournoi entre 6 classes sachant qu'elles ne joueront qu'une seule fois les unes contre les autres. Voici trois exemples de traces écrites que des élèves pourraient donner de leurs démarches:

Élève ayant résolu le problème en tâtonnant:

1-3	3-4	2-4	4-6	1-5
1-6	4-5	1-2	5-6	2-5
2-3	3-5	3-6	1-4	2-6

15 parties possibles

Élève ayant résolu le problème de façon systématique:

1-2	2-3	3-4	4-5	5-6
1-3	2-4	3-5	4-6	
1-4	2-5	3-6		
1-5	2-6			
1-6				

15 parties possibles

Élève ayant formulé et résolu des problèmes semblables et plus simples afin de trouver une régularité:

2 équipes:	1-2	1 partie possible
3 équipes:	1-2 2-3 1-3	3 parties possibles
4 équipes:	1-2 2-3 3-4 1-3 2-4 1-4	6 parties possibles
5 équipes:	4 + 3 + 2 + 1	10 parties possibles
6 équipes:	5 + 4 + 3 + 2 + 1	15 parties possibles

RECOMMANDATION

Il est important que l'enseignant habilite l'élève à laisser des traces de sa démarche, c'est-à-dire à communiquer oralement ou par écrit l'essentiel de cette démarche. Ainsi l'élève aura l'occasion:

- d'objectiver sa propre démarche et de la confronter avec celles d'autres élèves en classe,
- d'identifier progressivement un certain nombre de méthodes et de stratégies de résolution de problèmes utiles en mathématiques,
- de permettre à l'enseignant d'avoir accès à l'essentiel de sa démarche de résolution de problèmes à des fins d'évaluation formative ou sommative.

Habiliter l'élève à communiquer oralement ou par écrit l'essentiel de sa démarche de résolution de problèmes en mathématiques.

3.5 ÉVALUATION DE LA DÉMARCHE DE RÉSOLUTION D'UN ÉLÈVE

Il est important, lors d'une évaluation, de tenir compte non seulement de la solution fournie par l'élève à un problème, mais aussi de la démarche de résolution qu'il a suivie. Puisqu'il est évidemment impossible de connaître directement cette démarche, surtout en ce qui a trait à "tout ce qu'il pense", le mieux est de tenir compte indirectement de la démarche de résolution, en tentant de l'inférer à partir des comportements observables de l'élève.

À cette fin, dans un contexte d'évaluation sommative, on s'appuie généralement sur les traces écrites de la démarche de résolution laissées par l'élève et dans un contexte d'évaluation formative, on peut en plus se baser sur des manifestations observables (écrites, orales, graphiques ou comportementales) pendant que l'élève essaie de résoudre le problème.

RECOMMANDATION

Garder à l'esprit que la définition d'un problème en mathématiques adoptée ici s'applique aussi bien dans un contexte d'apprentissage que dans un contexte d'évaluation formative ou sommative.

3.6 MÉTHODES DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES EN MATHÉMATIQUES

Imaginons qu'un certain nombre d'élèves a trouvé une solution à un même problème. Pour y arriver, chacun a suivi une démarche de résolution individuelle et distincte. Mais cela n'empêche pas plusieurs de ces démarches d'être similaires quant à l'essentiel, c'est-à-dire abstraction faite des détours inutiles, des essais infructueux, des erreurs commises, d'incidents sans rapport avec la résolution du problème, etc. **Lorsque plusieurs élèves sont arrivés à solutionner un problème en suivant des démarches de résolution similaires quant à l'essentiel**, on dit qu'ils ont utilisé **la même méthode de résolution** du problème. En comparant les démarches de résolution des élèves face à un même problème, il se peut aussi qu'on relève plusieurs méthodes de résolution différentes.

En résolvant divers genres de problèmes, les élèves se familiariseront progressivement avec certaines méthodes de résolution fréquemment utilisées pour solutionner des problèmes en mathématiques. Grâce aux interventions des enseignants, **les élèves en viendront à objectiver ces méthodes de résolution, c'est-à-dire à les considérer indépendamment de leur utilisation pour résoudre tel ou tel problème en particulier**. Ainsi, les élèves se constitueront peu à peu un répertoire de méthodes de résolution de problèmes en mathématiques, dans lequel ils pourront puiser par la suite.

Supposons, par exemple, un groupe d'élèves de 8 ans en train de résoudre le problème suivant: un professeur spécial donne 1 minute de récréation la première journée de classe; 2 minutes, la deuxième; 4 minutes, la troisième; 8 minutes, la quatrième; etc. Combien de minutes de récréation aurez-vous à la fin de la deuxième semaine de classe? Les élèves se rendront compte que le problème se ramène à trouver le dixième nombre de la suite 1, 2, 4, 8, ... La méthode de résolution naturelle ici consiste à trouver une régularité, c'est-à-dire une règle permettant de calculer n'importe quel nombre de la suite, puis de s'en servir pour trouver la réponse. Certains élèves trouveront cette méthode eux-mêmes tandis que d'autres en prendront conscience lors d'une mise en commun en classe.

Un peu plus tard, placés devant le problème de "trouver les 2 nombres qui complètent la suite 1, 3, 6, 10, ...", certains élèves penseront à utiliser la méthode de résolution précédente, d'autres peut-être pas. De toute façon, la résolution de ce problème leur donnera l'occasion de se rendre compte que la même méthode de résolution (recherche d'une régularité suivie de son application) permet de résoudre les deux problèmes à la fois. Par la suite, après avoir résolu un certain nombre de problèmes du même genre, les élèves en viendront progressivement à objectiver cette méthode de résolution, c'est-à-dire à en parler indépendamment de tout problème. Ainsi leur répertoire de méthodes de résolution de problèmes en mathématiques sera enrichi, ce qui leur permettra d'être mieux outillés pour faire face à de nouveaux problèmes.

RECOMMANDATION

Habiliter les élèves à objectiver et à confronter différentes méthodes de résolution de problèmes en mathématiques.

3.7 STRATÉGIES DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES EN MATHÉMATIQUES

Comment un enseignant peut-il amener ses élèves à développer leur habileté à résoudre des problèmes? Il importe tout d'abord de leur proposer beaucoup de problèmes à résoudre et non pas seulement des exercices. Il faut également profiter des mises en commun pour attirer l'attention des élèves sur certaines méthodes de résolution rencontrées afin qu'ils les intègrent et qu'ils s'en servent à l'avenir.

Certains pédagogues pensent que cela ne suffit pas et proposent des moyens plus radicaux pour rendre les élèves habiles à solutionner des problèmes. Entre autres, ils suggèrent d'enseigner explicitement et systématiquement aux élèves des "stratégies de résolution de problèmes" (parfois appelées "procédés heuristiques").

Par **"stratégie de résolution de problèmes"**, on entend **une méthode de résolution assez générale et d'utilité reconnue à laquelle les élèves peuvent avoir recours à titre d'essai pour résoudre un problème.**

On vise essentiellement à munir les élèves d'un bon "coffre à outils", c'est-à-dire d'une variété de méthodes de résolution reconnues et fréquemment utilisées en mathématiques (stratégies de résolution de problèmes), telles que[1]:

---

1. - Ohio Department of Education, Columbus, Inservice Education, Problem solving ... a basic mathematics goal, Vol. 1, Becoming a better problem solver, The Ohio Department of Education, Division of Inservice Education, 65 South Front Street, Columbus, Ohio 43215.

   - Ohio Department of Education, Columbus, Inservice Education, Problem solving ... a basic mathematics goal, Vol. 2, A resource for problem solving, The Ohio Department of Education, Division of Inservice Education, 65 South Front Street, Columbus, Ohio 43215.

- formuler le problème d'une autre façon,
- représenter le problème à l'aide d'un dessin, d'une figure ou d'un diagramme,
- construire un tableau,
- représenter le problème à l'aide d'objets matériels,
- identifier des étapes pour résoudre le problème,
- chercher une régularité,
- formuler et résoudre des problèmes semblables et plus simples,
- examiner un problème analogue déjà rencontré,
- résoudre le problème par essais et erreurs,
- faire une simulation du problème,
- vérifier toutes les possibilités,
- construire un modèle,
- résoudre le problème à rebours,
- écrire une équation,
- rechercher des données cachées,
- etc.

L'élève qui a été initié à de telles stratégies a de nombreux outils à sa disposition pour amorcer la résolution d'un nouveau problème. Toutefois, la connaissance de tels instruments ne suffit pas, encore faut-il savoir lequel utiliser pour arriver à résoudre tel ou tel problème. On doit donc chercher à développer chez les élèves l'habileté à juger quelles stratégies il convient d'essayer dans telles ou telles circonstances. **Il ne s'agit surtout pas de "driller" l'élève à une infinité de stratégies de résolution.** La modération est de mise: mieux vaut la qualité que la quantité.

RECOMMANDATIONS

Proposer aux élèves des problèmes en mathématiques qui nécessitent différentes méthodes ou stratégies de résolution ou pour lesquels il existe plusieurs méthodes ou stratégies de résolution différentes.

Faire prendre conscience progressivement aux élèves de certaines stratégies de résolution, c'est-à-dire de méthodes qui pourront leur être particulièrement utiles pour amorcer la résolution de nouveaux problèmes en mathématiques.

Faire preuve de prudence à propos de l'enseignement systématique de stratégies de résolution de problèmes en mathématiques.

3.8 MODÈLES DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES EN MATHÉMATIQUES

Par **"modèles de résolution de problèmes"** on entend des **patrons à suivre** proposés par différents auteurs **pour résoudre n'importe quel problème en mathématiques.** Certains pédagogues croient utile et profitable d'entraîner les élèves à utiliser systématiquement un modèle pour les rendre plus habiles à résoudre des problèmes.

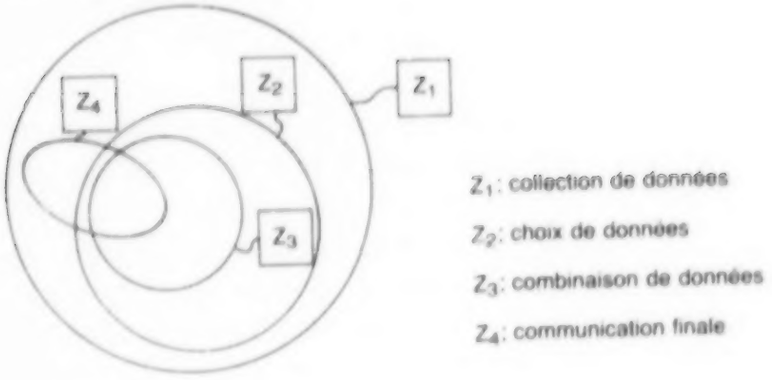
À titre d'exemples, voici des modèles de résolution de problèmes proposés par certains auteurs:

a) Premier exemple[1]

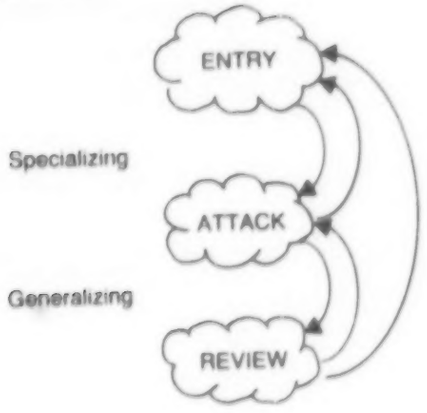
1) Comprendre le problème.
2) Concevoir un plan.
3) Mettre le plan à exécution.
4) Revenir sur la démarche suivie et sur la solution.

1. G. Polya, Comment poser et résoudre un problème en mathématiques, Dunod, Paris, 1965.

b) Deuxième exemple[1]



c) Troisième exemple[2]



Ces trois modèles, tout comme d'autres, semblent incarner le gros bon sens. Employés avec discernement et souplesse, ils peuvent aider les élèves et rendre de précieux services aux enseignants en leur permettant d'évaluer où un élève en est arrivé dans sa démarche de résolution et, le cas échéant, d'intervenir en conséquence.

---

1. J. Grignon, La résolution de problèmes ... à la recherche d'un nouveau modèle ..., Instantanés Mathématiques, Volume XIX, Numéro 3, Janvier 1983, pages 4 et 5.

2. J. Mason, L. Burton, K. Stacey, Thinking Mathematically, Addison-Wesley, 1982, page 31.

Même si les modèles de résolution existants peuvent être des grilles de lecture intéressantes ou des outils utiles pour les élèves et les enseignants, il ne s'agit pas ici d'en privilégier un plutôt qu'un autre.

Malheureusement, de tels modèles de résolution sont souvent mal interprétés et parfois utilisés d'une façon abusive qui trahit les intentions de leurs auteurs. Il ne faut pas oublier que tous ces modèles sont des simplifications de la réalité et que la démarcation entre leurs étapes n'est pas, dans les faits, toujours clairement définie. De plus, on ne doit pas les utiliser de façon linéaire puisque la résolution d'un problème exige souvent des retours en arrière. Il faut donc éviter d'en abuser.

Il faut aussi faire preuve de discernement et de prudence à propos de tout emploi systématique de modèles de résolution de problèmes empruntés ou inspirés d'autres domaines: théorie du traitement de l'information, pédagogie générale, didactique d'autres disciplines, etc.

Obliger les élèves à employer systématiquement de tels modèles pour résoudre n'importe quel problème ou pour laisser des traces écrites de leur démarche peut mener à des absurdités et à une véritable déformation du sens de l'activité de résolution de problèmes en mathématiques; en effet, **le développement de l'habileté à résoudre des problèmes ne saurait se réduire à l'apprentissage d'une technique qu'il suffirait d'appliquer un peu à la manière d'un algorithme.**

RECOMMANDATION

> **Faire preuve de discernement et de prudence à propos de l'utilisation systématique, par les élèves, de modèles de résolution de problèmes en mathématiques.**

4. L'IMPORTANCE DE METTRE L'ACCENT SUR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES EN MATHÉMATIQUES AU PRIMAIRE

Dans la section précédente, nous avons décrit le processus de résolution d'un problème en mathématiques par un élève et montré la complexité des facteurs qui peuvent en influencer l'évolution et le résultat. Nous allons maintenant nous arrêter brièvement sur une question qui demeure fondamentale: pourquoi est-ce si important de mettre l'accent sur la résolution de problèmes en mathématiques au primaire?

Nous ferons ressortir le fait que **la résolution de problèmes**, au sens où "problème" a été défini à la section 2.1, **est à la fois une habileté de base à développer et un moyen à privilégier dans l'enseignement de la mathématique au primaire.**

4.1 LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES EN MATHÉMATIQUES CONSTITUE UNE HABILETÉ DE BASE À DÉVELOPPER AU PRIMAIRE

"L'objectif ultime de l'enseignement mathématique consiste à permettre à l'enfant, tout en le préparant à des études ultérieures, de s'initier au mode de pensée et d'expression qui caractérise la mathématique, par l'apprentissage de certains concepts fondamentaux"[1]. Ce programme vise essentiellement "à mettre davantage en lumière le lien qui existe entre les mathématiques et la réalité en soulignant le fait que les mathématiques sont un outil qui donne prise sur le réel"[2], "cela implique également une certaine insistance [...] sur le développement d'une habileté générale à résoudre des problèmes"[3]. Comme l'un des objectifs visés demeure que les élèves soient capables d'appliquer les mathématiques dans la vie quotidienne, entre autres dans des

---

1. Ministère de l'Éducation, Direction générale du développement pédagogique, Programme d'études, Primaire, Mathématique, 1980, document nº 16-2300-00, page 7.

2. Ibid. page 6.

3. Ibid. page 7.

situations inédites, il importe de leur apprendre dès le primaire à faire face à des situations non routinières, c'est-à-dire à développer une certaine habileté à résoudre des problèmes en mathématiques.

RECOMMANDATION

> **Garder à l'esprit que la résolution de problèmes en mathématiques constitue pour les élèves une habileté de base à développer.**

De façon à concrétiser les sections 4.2 à 4.5, nous nous référerons au problème suivant destiné à des élèves de 10 ans.

L'ANIMALERIE

Imagine que dans six mois tu ouvres une animalerie dans un centre commercial. D'ici là, tu dois acheter des couples d'animaux en espérant qu'ils feront des petits. Le tableau suivant présente quelques renseignements qui pourraient t'être utiles.

ANIMAL	DURÉE DE LA GESTATION OU DE L'INCUBATION	NOMBRE DE PETITS
Souris blanche	19 jours	6 - 12
Chien	63 jours	2 - 5
Tortue	87 jours	5 - 22
Perruche	18 jours	4 - 7
Hamster	15 jours	3 - 12
Serin	13 jours	3 - 5
Lapin	30 jours	4 - 12
Cobaye	68 jours	2 - 6

Choisis les animaux que tu veux offrir dans ton animalerie. En fonction du nombre de couples que tu as décidé d'acheter, calcule pour chaque espèce choisie le nombre de petits que tu pourrais avoir avant l'ouverture de l'animalerie.

4.2 LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES EN MATHÉMATIQUES PERMET DE DÉVELOPPER DES CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES

La résolution de problèmes en mathématiques constitue un moyen privilégié pour développer des connaissances (concepts, propriétés, algorithmes, méthodes, habiletés, etc.) dans ce domaine, entre autres:

- pour explorer et construire de nouvelles connaissances mathématiques;
- pour élargir et approfondir certaines connaissances mathématiques;
- pour appliquer certaines connaissances mathématiques;
- pour intégrer diverses connaissances mathématiques et en favoriser une meilleure compréhension;
- etc.

Ainsi la résolution du problème de l'animalerie permet, entre autres, aux élèves d'utiliser le sens des quatre opérations et d'effectuer des calculs.

4.3 LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES EN MATHÉMATIQUES PERMET DE DÉVELOPPER DES HABILETÉS INTELLECTUELLES

La résolution de problèmes en mathématiques constitue encore un moyen privilégié:

- pour développer diverses habiletés intellectuelles fortement valorisées en mathématiques telles que: structurer, abstraire, mathématiser, estimer, généraliser, etc.;
- pour contribuer au développement d'habiletés intellectuelles plus générales comme le raisonnement, le jugement, etc.;
- etc.

Ainsi la résolution du problème de l'animalerie permet, entre autres, aux élèves de mathématiser, d'établir des relations entre des événements et le temps, d'estimer, d'organiser des données, de déduire, de vérifier des hypothèses et d'exercer leur jugement.

4.4 LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES EN MATHÉMATIQUES PERMET DE DEVELOPPER DES ATTITUDES SOCIO-AFFECTIVES

Enfin, la résolution de problèmes en mathématiques constitue un moyen important:

- pour développer plusieurs attitudes d'ordre affectif (attitudes positives face aux mathématiques et par rapport à la résolution de problèmes, confiance en soi, etc.);
- pour développer le sentiment d'appropriation de la connaissance mathématique;
- pour contribuer au développement de certaines attitudes d'ordre social favorisant le travail en équipe, etc.:
- etc.

Ainsi la résolution du problème de l'animalerie permet, entre autres, aux élèves de faire des choix et de se rendre compte de leurs conséquences, d'accepter d'explorer des pistes de recherche nouvelles ou inconnues, d'accepter de travailler dans une situation complexe, de reconnaître la présence de la mathématique dans la réalité quotidienne, de communiquer les résultats d'une recherche de façon esthétique, de manifester de l'enthousiasme pour des problèmes nouveaux, d'accepter qu'un problème puisse admettre plus d'une solution, d'admettre que la rigueur et la précision puissent varier selon les situations et d'apprécier l'utilisation de la mathématique dans d'autres disciplines comme les sciences de la nature.

4.5 LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES EN MATHÉMATIQUES PERMET DE DÉVELOPPER DES STRATÉGIES DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

La résolution de problèmes en mathématiques constitue aussi un moyen par excellence:

- pour développer de nouvelles stratégies de résolution de problèmes en mathématiques;
- pour appliquer diverses stratégies de résolution de problèmes en mathématiques;
- etc.

Ainsi la résolution du problème de l'animalerie peut fournir aux élèves l'occasion de développer ou d'appliquer des stratégies comme "identifier des étapes pour résoudre le problème", "représenter le problème à l'aide de diagrammes", "formuler le problème d'une autre façon", "décoder l'information contenue dans le problème" et "simplifier le problème".

RECOMMANDATION

> **Garder à l'esprit que la résolution de problèmes en mathématiques permet aux élèves de développer des connaissances, des habiletés, des attitudes et des stratégies de résolution de problèmes.**

4.6 LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES PEUT JOUER UN RÔLE À DIFFÉRENTES ÉTAPES DE L'APPRENTISSAGE DE CONNAISSANCES ET D'HABILETÉS MATHÉMATIQUES

Traditionnellement dans l'enseignement des mathématiques, on a eu surtout tendance à proposer aux élèves des problèmes à titre d'applications, au moment où l'apprentissage des connaissances étudiées était déjà relativement avancé. Malgré cela, il faut bien prendre conscience que **la résolution de problèmes peut jouer un rôle important à différentes étapes de l'apprentissage** de connaissances et d'habiletés mathématiques: soit **avant** pour amorcer les apprentissages, soit **pendant** pour en poursuivre le développement, soit **après** à titre de réinvestissement. Naturellement, dans sa planification, l'enseignant doit veiller à choisir les problèmes proposés de manière à ce que les élèves développent les connaissances, les habiletés et les attitudes visées et fassent les abstractions et les généralisations souhaitées.

RECOMMANDATION

> **Proposer aux élèves des problèmes à différentes étapes de l'apprentissage de connaissances et d'habiletés mathématiques.**

5. LISTE DES DÉFINITIONS

Voici les principales définitions énoncées dans ce document à propos de la résolution de problèmes en mathématiques. Nous avons indiqué entre parenthèses le numéro de la page où se trouve chacune d'elles.

PROBLÈME EN MATHÉMATIQUES (p. 11)

Pour un élève ou un groupe d'élèves, un **problème en mathématiques** est **une situation où:**

- **il tente de répondre à une question posée ou d'accomplir une tâche déterminée,** à la lumière de son expérience, ainsi que des informations qui sont fournies explicitement ou non,
- **il lui faut réellement chercher** pour trouver un moyen de répondre à cette question ou d'accomplir cette tâche,
- **il doit faire appel à des mathématiques** ou à des habiletés intellectuelles fréquemment utilisées en mathématiques pour y arriver.

Synonymes de problème: situation problématique et situation-problème.

EXERCICE EN MATHÉMATIQUES (p. 18)

Pour un élève ou un groupe d'élèves, un **exercice en mathématiques** est **une situation où:**

- **il tente de répondre à une question posée ou d'accomplir une tâche déterminée,** à la lumière de son expérience, ainsi que des informations qui sont fournies explicitement ou non,
- **il lui vient rapidement à l'esprit** un moyen de répondre à cette question ou d'accomplir cette tâche,
- **il doit faire appel à des mathématiques** ou à des habiletés intellectuelles fréquemment utilisées en mathématiques pour y arriver.

RÉSOUDRE UN PROBLÈME (p. 12)

Résoudre ou **solutionner** un problème ou encore **trouver une solution** au problème, **c'est cheminer jusqu'à ce qu'on ait trouvé une réponse correcte à la question posée ou accompli la tâche demandée.** (Il est important de dire "trouver une solution" et non "trouver la solution", puisque certains problèmes admettent plusieurs solutions). Par **solution** on entend donc **une réponse à la question posée** ou **un accomplissement de la tâche demandée** et non pas le cheminement pour y arriver.

REPRÉSENTATION MENTALE D'UN PROBLÈME (p. 38 et 39)

[...] Peu importe le mode de présentation, l'élève a une certaine <u>représentation mentale</u> du problème qui lui est présenté: il se fait une certaine idée de ce problème et de la façon de le résoudre. [...] En général, les élèves se construisent des représentations mentales différentes d'un même problème, qui peuvent aussi être différentes de celle de l'enseignant. La représentation mentale d'un problème chez un élève évolue au fur et à mesure qu'il progresse dans sa démarche de résolution du problème. En ce sens, <u>le problème lui-même se modifie dans l'esprit de l'élève</u>.

SITUATION (p. 12)

Dans la définition de problème, lorsque l'on dit qu'"un problème en mathématiques est une situation où ...", **c'est précisément à cette représentation mentale que le mot situation fait référence plutôt qu'à l'aspect concret ou organisationnel de la situation.** (Le terme "situation" n'est donc pas utilisé ici dans le même sens que dans l'expression "situation d'apprentissage" couramment employée par les pédagogues et définie à la section 1 du fascicule L).

DÉMARCHE DE RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME (p. 39)

Par **démarche de résolution** d'un élève, on entend **tout ce qu'il pense et tout ce qu'il fait** pendant qu'il tente de répondre à la question posée ou d'accomplir la tâche demandée. La démarche de résolution est donc personnelle à chaque élève.

TRACES DE LA DÉMARCHE DE RÉSOLUTION (p. 40)

> Par **traces de la démarche de résolution** d'un élève, on entend toutes les explications verbales ou écrites (accompagnées éventuellement de dessins, de symboles ou de manipulations) que celui-ci fournit en décrivant **l'essentiel de la démarche de résolution qu'il a suivie antérieurement** à propos d'un problème donné.

MÉTHODES DE RÉSOLUTION (p. 44)

> **Lorsque plusieurs élèves sont arrivés à solutionner un problème en suivant des démarches de résolution similaires quant à l'essentiel**, on dit qu'ils ont utilisé **la même méthode de résolution** du problème. [...] Grâce aux interventions des enseignants, **les élèves en viendront à objectiver ces méthodes de résolution, c'est-à-dire à les considérer indépendamment de leur utilisation pour résoudre tel ou tel problème en particulier.**

STRATÉGIES DE RÉSOLUTION (p. 46)

> Par **"stratégie de résolution de problèmes"**, on entend **une méthode de résolution assez générale et d'utilité reconnue à laquelle les élèves peuvent avoir recours à titre d'essai pour résoudre un problème.**

MODÈLES DE RÉSOLUTION (p. 48)

> Par **"modèles de résolution de problèmes"** on entend des **patrons à suivre** proposés par différents auteurs **pour résoudre n'importe quel problème en mathématiques.**

6. LISTE DES RECOMMANDATIONS

Voici l'ensemble des vingt et une recommandations de ce document concernant la résolution de problèmes en mathématiques au primaire. Nous les avons regroupé sous les quatre rubriques suivantes: notion de problèmes, rôle de la résolution de problèmes, diversification des problèmes, planification et interventions de l'enseignant. Afin de pouvoir situer chaque recommandation dans son contexte, nous avons indiqué entre parenthèses le numéro de la page où elle se trouve.

NOTION DE PROBLÈMES

RECOMMANDATION N^{O} 1 (p. 22)

Garder à l'esprit que la notion de problème en mathématiques est relative.

RECOMMANDATION N^{O} 2 (p. 25)

Demeurer attentif au rôle-clé que joue l'affectivité de l'élève dans la résolution d'un problème en mathématiques.

RECOMMANDATION N^{O} 3 (p. 43)

Garder à l'esprit que la définition d'un problème en mathématiques adoptée ici s'applique aussi bien dans un contexte d'apprentissage que dans un contexte d'évaluation formative ou sommative.

RÔLE DE LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

RECOMMANDATION N^{O} 4 (p. 52)

Garder à l'esprit que la résolution de problèmes en mathématiques constitue pour les élèves une habileté de base à développer.

RECOMMANDATION N^{O} 5 (p. 55)

Garder à l'esprit que la résolution de problèmes en mathématiques permet aux élèves de développer des connaissances, des habiletés, des attitudes et des stratégies de résolution de problèmes.

DIVERSIFICATION DES PROBLÈMES

RECOMMANDATION N^{O} 6 (p. 34)

Proposer aux élèves des problèmes avec différents modes de présentation.

RECOMMANDATION N^{O} 7 (p. 28)

Proposer aux élèves des problèmes avec différents types de contextes: contextes réels, contextes réalistes, contextes fantaisistes et contextes purement mathématiques.

RECOMMANDATION N^{O} 8 (p. 29)

Proposer aux élèves des problèmes variés quant au nombre de leurs solutions: une seule solution, un nombre fini de solutions, une infinité de solutions et aucune solution.

RECOMMANDATION N^{O} 9 (p. 32)

Proposer aux élèves des problèmes variés du point de vue de l'adéquation des données fournies: données complètes, données superflues, données manquantes et données insuffisantes.

RECOMMANDATION N^{O} 10 (p. 47)

Proposer aux élèves des problèmes en mathématiques qui nécessitent différentes méthodes ou stratégies de résolution ou pour lesquels il existe plusieurs méthodes ou stratégies de résolution différentes.

PLANIFICATION ET INTERVENTIONS DE L'ENSEIGNANT

RECOMMANDATION N^{O} 11 (p. 17)

Proposer aux élèves davantage de problèmes en mathématiques, au sens où le mot "problème" est défini à la section 2.1.

RECOMMANDATION N^{O} 12 (p. 56)

Proposer aux élèves des problèmes à différentes étapes de l'apprentissage de connaissances et d'habiletés mathématiques.

RECOMMANDATION N^{O} 13 (p. 17)

S'assurer que les élèves aient l'occasion de formuler eux-mêmes des problèmes en mathématiques, au sens où le mot "problème" est défini à la section 2.1.

RECOMMANDATION N^{O} 14 (p. 38)

Être attentif aux facteurs influençant le processus de résolution de problèmes en mathématiques: le problème, l'élève, les interactions entre l'enseignant et les élèves et entre les élèves eux-mêmes, conditions matérielles, etc.

RECOMMANDATION N^{O} 15 (p. 38)

Exploiter, en classe, les avantages du travail en équipe dans la résolution de problèmes en mathématiques.

RECOMMANDATION N^{O} 16 (p. 40)

Mettre l'accent sur les démarches de résolution des élèves et non pas seulement sur la ou les solutions d'un problème en mathématiques.

RECOMMANDATION N^{O} 17 (p. 43)

Habiliter l'élève à communiquer oralement ou par écrit l'essentiel de sa démarche de résolution de problèmes en mathématiques.

RECOMMANDATION N^{O} 18 (p. 45)

Habiliter les élèves à objectiver et à confronter différentes méthodes de résolution de problèmes en mathématiques.

RECOMMANDATION N^{O} 19 (p. 48)

Faire prendre conscience progressivement aux élèves de certaines stratégies de résolution, c'est-à-dire de méthodes qui pourront leur être particulièrement utiles pour amorcer la résolution de nouveaux problèmes en mathématiques.

RECOMMANDATION N^{O} 20 (p. 48)

Faire preuve de prudence à propos de l'enseignement systématique de stratégies de résolution de problèmes en mathématiques.

RECOMMANDATION N^{O} 21 (p. 50)

Faire preuve de discernement et de prudence à propos de l'utilisation systématique, par les élèves, de modèles de résolution de problèmes en mathématiques.

7. ORIENTATION GÉNÉRALE

Pour tenir compte le mieux possible des vingt et une recommandations de ce document, nous en avons résumé l'essentiel sous forme d'une orientation générale formulée comme suit:

EN CLASSE DE MATHÉMATIQUES AU PRIMAIRE:

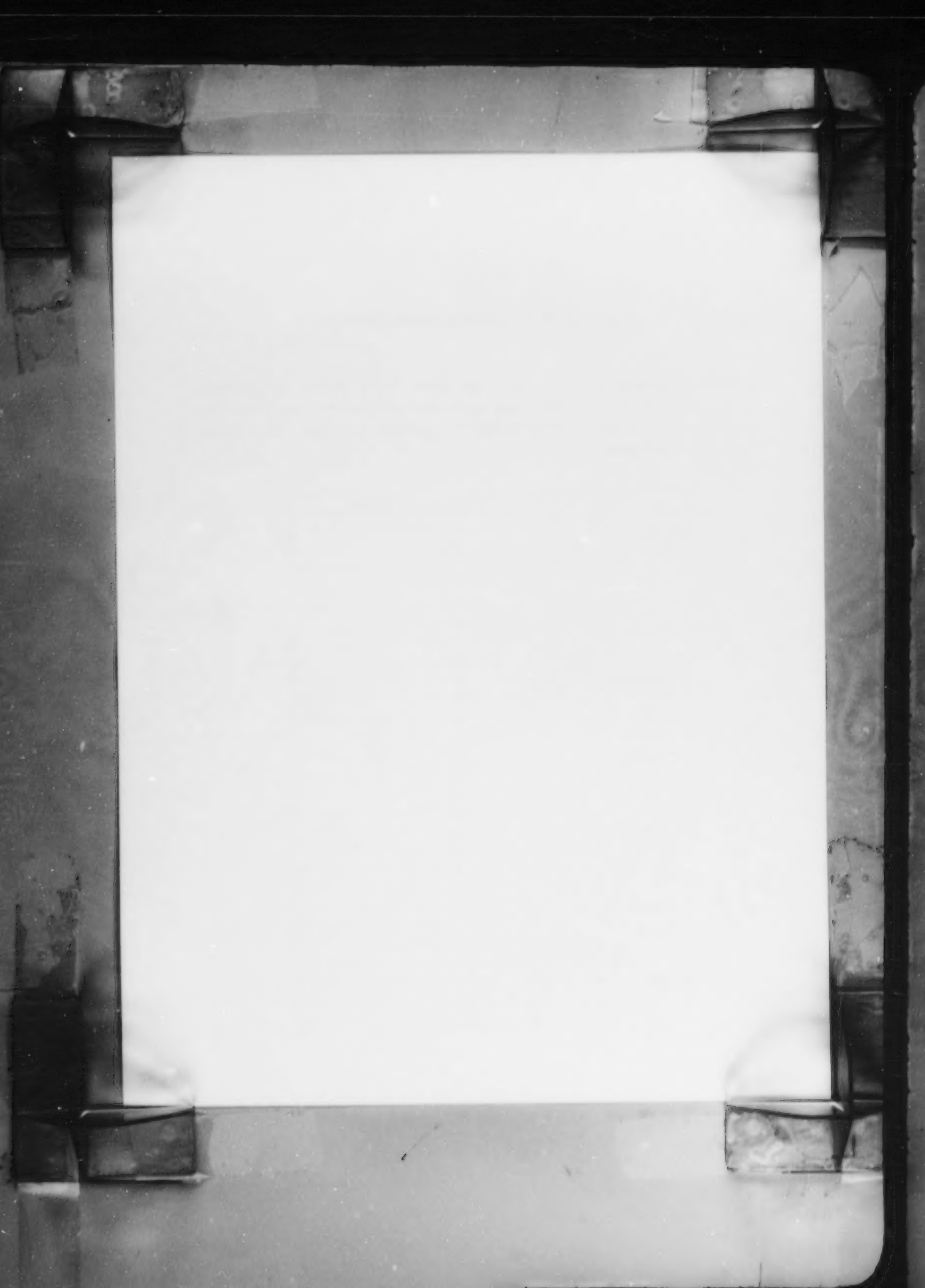
- IL FAUT **PROPOSER** AUX ÉLÈVES **DAVANTAGE DE PROBLÈMES**, AU SENS OÙ LE MOT "PROBLÈME" EST DÉFINI DANS LE FASCICULE K;
- LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES CONSTITUE POUR LES ÉLÈVES UNE **HABILETÉ DE BASE** À DÉVELOPPER ET DOIT AUSSI LEUR PERMETTRE DE DÉVELOPPER DES **CONNAISSANCES**, DES **HABILETÉS**, DES **ATTITUDES** ET DES **STRATÉGIES** DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES;
- IL FAUT S'ASSURER QUE LES PROBLÈMES RÉSOLUS PAR LES ÉLÈVES SOIENT **DIVERSIFIÉS** SOUS DIFFÉRENTS ASPECTS;
- LORS DE SA PLANIFICATION ET DE SES INTERVENTIONS, L'ENSEIGNANT DOIT ACCORDER BEAUCOUP D'IMPORTANCE AUX **ASPECTS COGNITIFS** ET **SOCIO-AFFECTIFS** DU **PROCESSUS DE RÉSOLUTION** DE PROBLÈMES, NOTAMMENT À LA DÉMARCHE INDIVIDUELLE DE RÉSOLUTION DES ÉLÈVES AINSI QU'À DIVERSES MÉTHODES ET STRATÉGIES DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES.

ANNEXE 1

CLASSIFICATION DE PROBLÈMES EN MATHÉMATIQUES

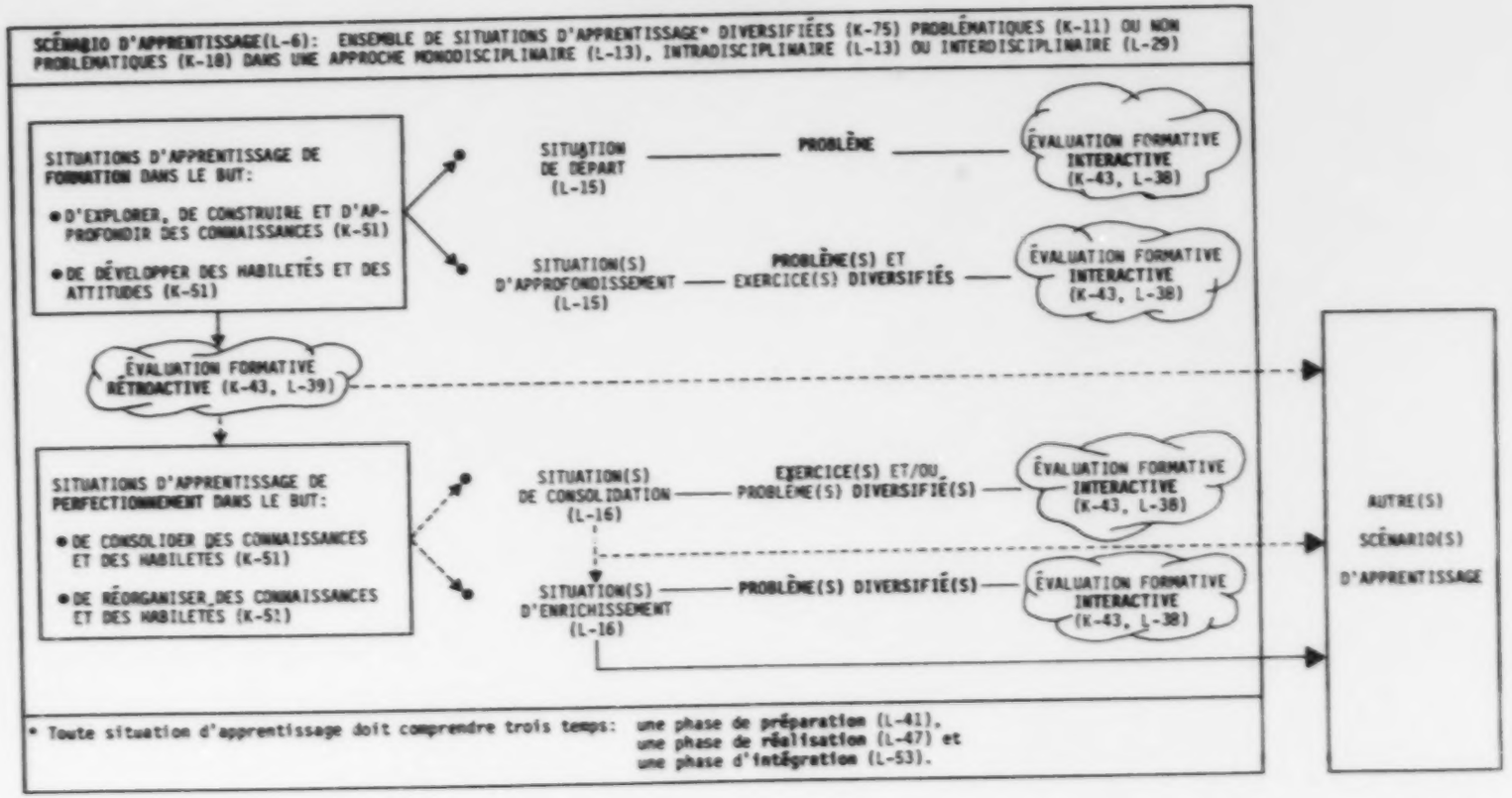
Le tableau suivant permettra aux enseignants de classifier les problèmes qu'ils proposent à leurs élèves et, au besoin, de réajuster leur planification afin de les diversifier suffisamment. Les numéros de pages entre parenthèses font référence à ce document.

DIVERSIFICATION SELON		PROBLÈMES
le type de contexte (p. 26 à 28)	contexte réel	
	contexte réaliste	
	contexte fantaisiste	
	contexte purement mathématique	
le nombre de solutions (p. 28 et 29)	une seule solution	
	un nombre fini de solutions	
	une infinité de solutions	
	aucune solution	
l'adéquation des données fournies (p. 30 à 32)	données complètes	
	données superflues	
	données manquantes	
	données insuffisantes	
le mode de présentation (p. 32 à 34)		
les méthodes ou les stratégies de résolutions utiles (p. 44 à 48)		
la catégorie (p. 15 et 16)	"problèmes courts"	
	"problèmes longs"	
d'autres critères		



ANNEXE 2

LIENS ENTRE LES FASCICULES K ET L


SCÉNARIO D'APPRENTISSAGE(L-6): ENSEMBLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE* DIVERSIFIÉES (K-75) PROBLÉMATIQUES (K-11) OU NON PROBLÉMATIQUES (K-18) DANS UNE APPROCHE MONODISCIPLINAIRE (L-13), INTRADISCIPLINAIRE (L-13) OU INTERDISCIPLINAIRE (L-29)
SITUATIONS D'APPRENTISSAGE DE FORMATION DANS LE BUT:
• D'EXPLORER, DE CONSTRUIRE ET D'APPROFONDIR DES CONNAISSANCES (K-51)
• DE DÉVELOPPER DES HABILETÉS ET DES ATTITUDES (K-51)
SITUATION DE DÉPART (L-15)
PROBLÈME
ÉVALUATION FORMATIVE INTERACTIVE (K-43, L-38)
SITUATION(S) D'APPROFONDISSEMENT (L-15)
PROBLÈME(S) ET EXERCICE(S) DIVERSIFIÉS
ÉVALUATION FORMATIVE INTERACTIVE (K-43, L-38)
ÉVALUATION FORMATIVE RÉTROACTIVE (K-43, L-39)
SITUATIONS D'APPRENTISSAGE DE PERFECTIONNEMENT DANS LE BUT:
• DE CONSOLIDER DES CONNAISSANCES ET DES HABILETÉS (K-51)
• DE RÉORGANISER DES CONNAISSANCES ET DES HABILETÉS (K-51)
SITUATION(S) DE CONSOLIDATION (L-16)
EXERCICE(S) ET/OU PROBLÈME(S) DIVERSIFIÉ(S)
ÉVALUATION FORMATIVE INTERACTIVE (K-43, L-38)
SITUATION(S) D'ENRICHISSEMENT (L-16)
PROBLÈME(S) DIVERSIFIÉ(S)
ÉVALUATION FORMATIVE INTERACTIVE (K-43, L-38)
AUTRE(S) SCÉNARIO(S) D'APPRENTISSAGE
* Toute situation d'apprentissage doit comprendre trois temps: une phase de préparation (L-41), une phase de réalisation (L-47) et une phase d'intégration (L-53).

LÉGENDE: K-... et L-...: Les chiffres après K et L identifient la première page de la section du fascicule K (document nº 16-2300-11) ou du fascicule L (document nº 16-2300-12) où ces concepts sont abordés. Ce tableau doit donc être interprété à la lumière du contenu de ces deux fascicules. ——▶: Indique un cheminement obligatoire. - - - -▶: Indique un choix de cheminements possibles. ——— : Indique un lien conceptuel.

ANNEXE 3

DÉFINITIONS DU FASCICULE L

Voici les principales définitions énoncées dans le fascicule L. Nous avons indiqué entre parenthèses le numéro de la page du fascicule L où se trouve chacune d'elles.

SCÉNARIO D'APPRENTISSAGE (p. 6)

Le scénario d'apprentissage, c'est le regroupement d'un ensemble de situations d'apprentissage visant l'atteinte d'un ou de plusieurs objectifs. Il s'agit donc d'orchestrer les différents types de situations en vue des apprentissages des élèves.

SITUATION D'APPRENTISSAGE (p. 5)

"La situation d'apprentissage se veut le cadre dans lequel est placé un élève pour réaliser des apprentissages. C'est donc elle qui doit contenir tous les éléments formant l'environnement de l'élève au moment où l'enseignant le soumet à un processus de changement."[1] La situation d'apprentissage doit comprendre trois temps[2]:

- une phase de préparation, c'est-à-dire une phase de prise de contact avec l'objet d'apprentissage;
- une phase de réalisation, c'est-à-dire une phase d'appropriation de l'objet d'apprentissage;
- une phase d'intégration, c'est-à-dire une phase de prise de conscience des apprentissages.

---

1. Ministère de l'Éducation, Direction générale du développement pédagogique, Guide pédagogique, Primaire, Éducation physique, Québec, 1984, document nº 16-2018-01, p. 33.

2. Ministère de l'Éducation, Direction générale du développement pédagogique, L'apprentissage, l'enseignement et les nouveaux programmes d'études, Québec, 1984, document nº 16-0000-08.

ANNEXE 3 (suite)

PHASE DE PRÉPARATION (p. 41)

"Dans un premier temps, l'enseignant rappelle la situation d'apprentissage précédente, présente et précise les objectifs d'apprentissage à poursuivre, propose des situations d'apprentissage stimulantes de façon à susciter l'intérêt et la motivation, formule les consignes et suggère divers modes de fonctionnement.

De son côté, l'élève se rappelle la situation d'apprentissage vécue, définit et précise pour lui-même les objectifs d'apprentissage, constate que ses habiletés ou ses connaissances ne suffisent pas toujours pour atteindre les objectifs poursuivis et organise seul ou avec ses pairs, à partir des consignes qu'il reçoit, l'environnement propice à la réalisation des apprentisages."[1]

PHASE DE RÉALISATION (p. 47)

"Dans un deuxième temps, l'enseignant guide, propose, questionne. Il aide l'élève à objectiver son action, fait des suggestions, donne l'information jugée trop difficile à découvrir. Il incite l'élève à poursuivre ou à reprendre certaines tâches, observe et soutient l'élève qui éprouve des difficultés. Bref, il facilite le traitement du contenu d'apprentissage.

De son côté, l'élève réalise la tâche ou le problème avec les moyens dont il dispose. Il recherche et tire l'information dont il a besoin, l'organise, l'évalue et se fait une idée des actions à accomplir. Tout au long de cette étape, il exploite les ressources de l'environnement et peut devenir lui-même une ressource pour un ou plusieurs autres élèves. Bref, il traite à sa façon le contenu d'apprentissage."[2]

---

1. Ministère de l'Éducation, Direction générale du développement pédagogique, L'apprentissage, l'enseignement et les nouveaux programmes d'études, Québec, 1984, document n° 16-0000-08, p. 12.

2. Idem. p. 12-13.

ANNEXE 3 (suite)

PHASE D'INTÉGRATION (p. 53)

"Dans un troisième temps, l'enseignant aide l'élève à faire un retour sur la situation d'apprentissage, favorise l'objectivation permettant à l'élève de prendre conscience du degré de développement de ses habiletés et de ses attitudes et des acquisitions faites ou à faire. Il amène l'élève à réfléchir sur la signification de la situation d'apprentissage, sur son fonctionnement, sur son degré de satisfaction et sur les améliorations qui peuvent être apportées.

De son côté, l'élève prend conscience du développement de son répertoire d'attitudes, d'habiletés et de connaissances, découvre ses besoins de posséder certaines connaissances ou de développer certaines habiletés nécessaires à la réalisation d'une tâche analogue, apprécie son habileté à accomplir des actions. Enfin, il a l'occasion de se prononcer sur ce qu'il a vécu, de communiquer son degré de satisfaction ou d'insatisfaction sans crainte d'être puni."[1]

SITUATIONS DE DÉPART (p. 15)

La situation de départ est celle qui va permettre aux élèves de prendre contact une première fois avec l'objet d'apprentissage. C'est le déclic.

SITUATIONS D'APPROFONDISSEMENT (p. 15)

Les situations d'approfondissement sont celles qui, après la situation de départ, permettent aux élèves de s'approprier davantage l'objet d'apprentissage en explorant ses différentes composantes et de réutiliser leurs acquis antérieurs.

---

1. Ministère de l'Éducation, Direction générale du développement pédagogique, L'apprentissage, l'enseignement et les nouveaux programmes d'études, Québec, 1984, document nº 16-0000-08, p. 13.

ANNEXE 3 (suite)

SITUATIONS DE FORMATION (p. 16)

La situation de départ et les situations d'approfondissement font partie de la famille des **situations de formation** parce qu'elles permettent aux élèves d'explorer, de construire et d'approfondir des connaissances et de développer des habiletés et des attitudes. La distinction entre situation de départ et situations d'approfondissement s'impose afin de souligner que, dans leur histoire scolaire, les élèves sont une première fois mis en contact avec un objectif donné et que par la suite, plusieurs autres situations sont nécessaires pour atteindre cet objectif.

SITUATIONS DE CONSOLIDATION (p. 16)

Les situations de consolidation permettent aux élèves qui n'ont pas atteint le résultat attendu après une ou plusieurs situations d'approfondissement de revenir sur leurs apprentissages ou de les renforcer. Ces situations s'adressent donc aux élèves qui, après une évaluation de l'atteinte des objectifs poursuivis lors des situations d'approfondissement, éprouvent des difficultés.

SITUATIONS D'ENRICHISSEMENT (p. 16)

Les situations d'enrichissement sont des situations de dépassement. Elles permettent aux élèves qui ont atteint le résultat attendu après une ou plusieurs situations d'approfondissement d'aller plus loin. Ces situations s'adressent donc aux élèves qui, après une évaluation de l'atteinte des objectifs poursuivis lors des situations d'approfondissement, ont le désir d'aller plus loin. Au lieu de choisir des situations d'enrichissement, ces élèves pourraient tout aussi bien décider de s'orienter vers un autre scénario d'apprentissage.

ANNEXE 3 (suite)

SITUATIONS DE PERFECTIONNEMENT (p. 16)

Les situations de consolidation et d'enrichissement font partie de la famille des **situations de perfectionnement** parce qu'elles permettent aux élèves de consolider ou de réorganiser des connaissances et des habiletés.

CONTEXTE RÉEL (p. 20)

Un contexte est <u>réel</u> s'il se produit effectivement dans la réalité.

CONTEXTE RÉALISTE (p. 21)

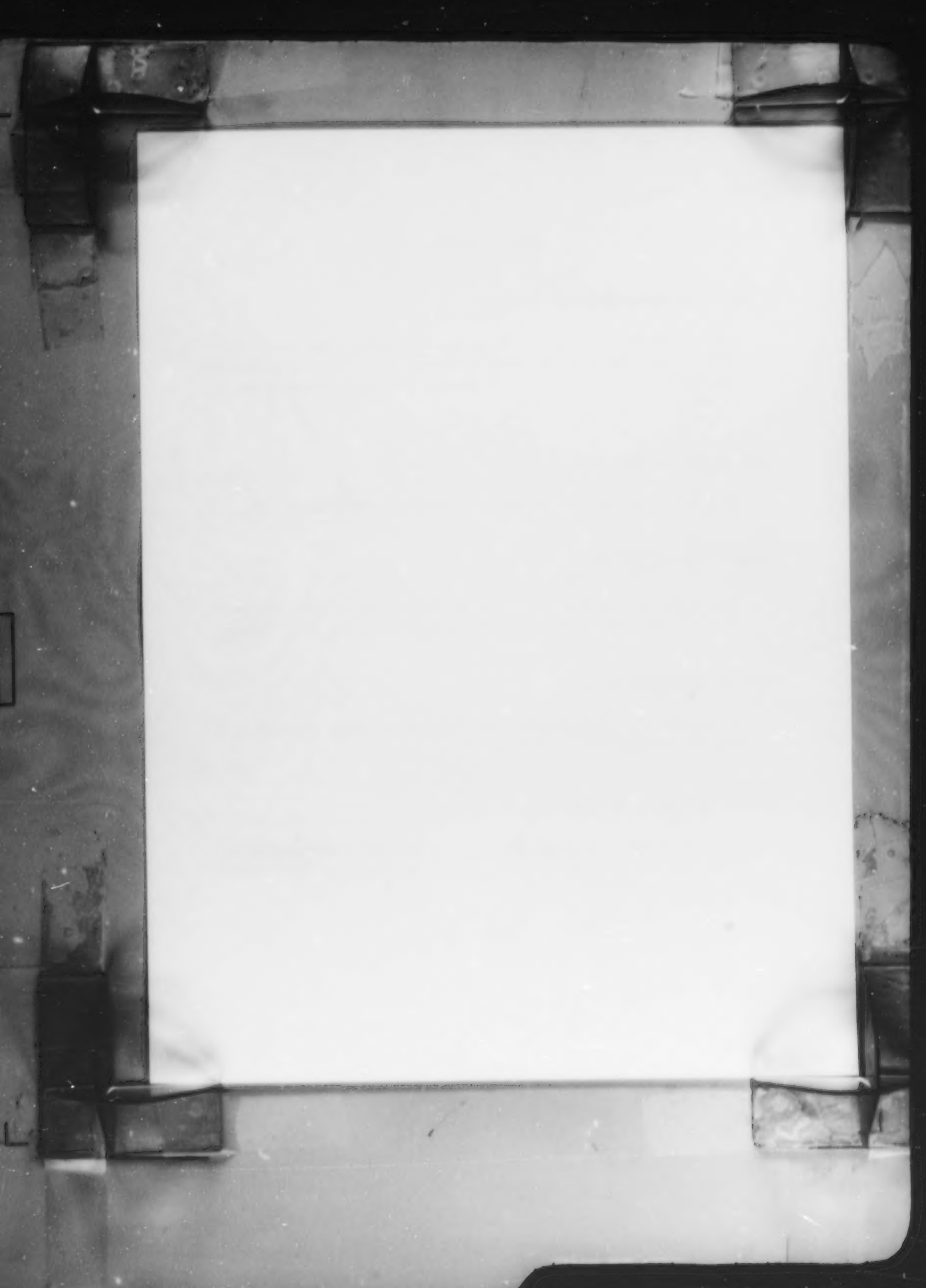
Un contexte est <u>réaliste</u> s'il est susceptible de se produire réellement. Il s'agit d'une simulation de la réalité ou d'une partie de la réalité.

CONTEXTE FANTAISISTE (p. 22)

Un contexte est <u>fantaisiste</u> s'il est le fruit de l'imagination et qu'il est sans fondement dans la réalité.

CONTEXTE PUREMENT MATHÉMATIQUE (p. 23)

Un contexte est <u>purement mathématique</u> s'il fait exclusivement référence à des objets mathématiques: nombres, relations et opérations arithmétiques, figures géométriques, etc.



ANNEXE 3 (suite)

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE (p. 37)

"La démarche pédagogique est l'activité de l'enseignant qui guide l'élève dans sa démarche d'apprentissage. Elle se définit comme l'organisation dynamique des interventions de l'enseignant afin de favoriser la relation d'apprentissage entre l'élève et l'objet d'études. C'est donc dans la mesure où l'enseignant fait appel à ses connaissances psychologiques et disciplinaires, à ses qualités de pédagogue et aux ressources du milieu, en fonction des besoins de l'élève, qu'il crée un climat propice à l'apprentissage."[1]

DÉMARCHE D'ÉVALUATION FORMATIVE (p. 38)

En favorisant l'objectivation de l'élève aux différentes étapes de son apprentissage, en écoutant ses "dire" et en observant ses "agir", l'enseignant pourra mesurer, interpréter, juger, décider et agir. Voilà l'essentiel de la démarche d'évaluation formative.

DÉMARCHE D'ÉVALUATION FORMATIVE INTERACTIVE (p. 38)

Quand l'enseignant applique cette démarche d'évaluation pendant les situations d'apprentissage, il est alors en interaction; la modalité d'évaluation formative est donc **interactive**.

---

1. Ministère de l'Éducation, Direction générale du développement pédagogique, L'apprentissage, l'enseignement et les nouveaux programmes d'études, Québec, 1984, document nº 16-0000-08, p. 9.

ANNEXE 3 (suite)

DÉMARCHE D'ÉVALUATION FORMATIVE RÉTROACTIVE (p. 39)

Lorsque l'enseignant présente une situation d'évaluation formative aux élèves après une ou plusieurs situations d'approfondissement, il est alors en rétroaction; la modalité d'évaluation formative est donc **rétroactive.**

APPROCHE MONODISCIPLINAIRE (p. 13)

Il peut arriver que l'on choisisse de travailler un seul thème mathématique à la fois. Il s'agit d'une approche MONODISCIPLINAIRE.

APPROCHE INTRADISCIPLINAIRE (p. 13)

Graduellement, toute situation d'apprentissage devrait être travaillée le plus souvent possible dans un cadre INTRADISCIPLINAIRE, c'est-à-dire "un mode d'organisation de l'enseignement où sont traités de façon intégrée les objectifs généraux, terminaux et intermédiaires d'un programme d'études ou modules d'un même champ d'enseignement."[1]

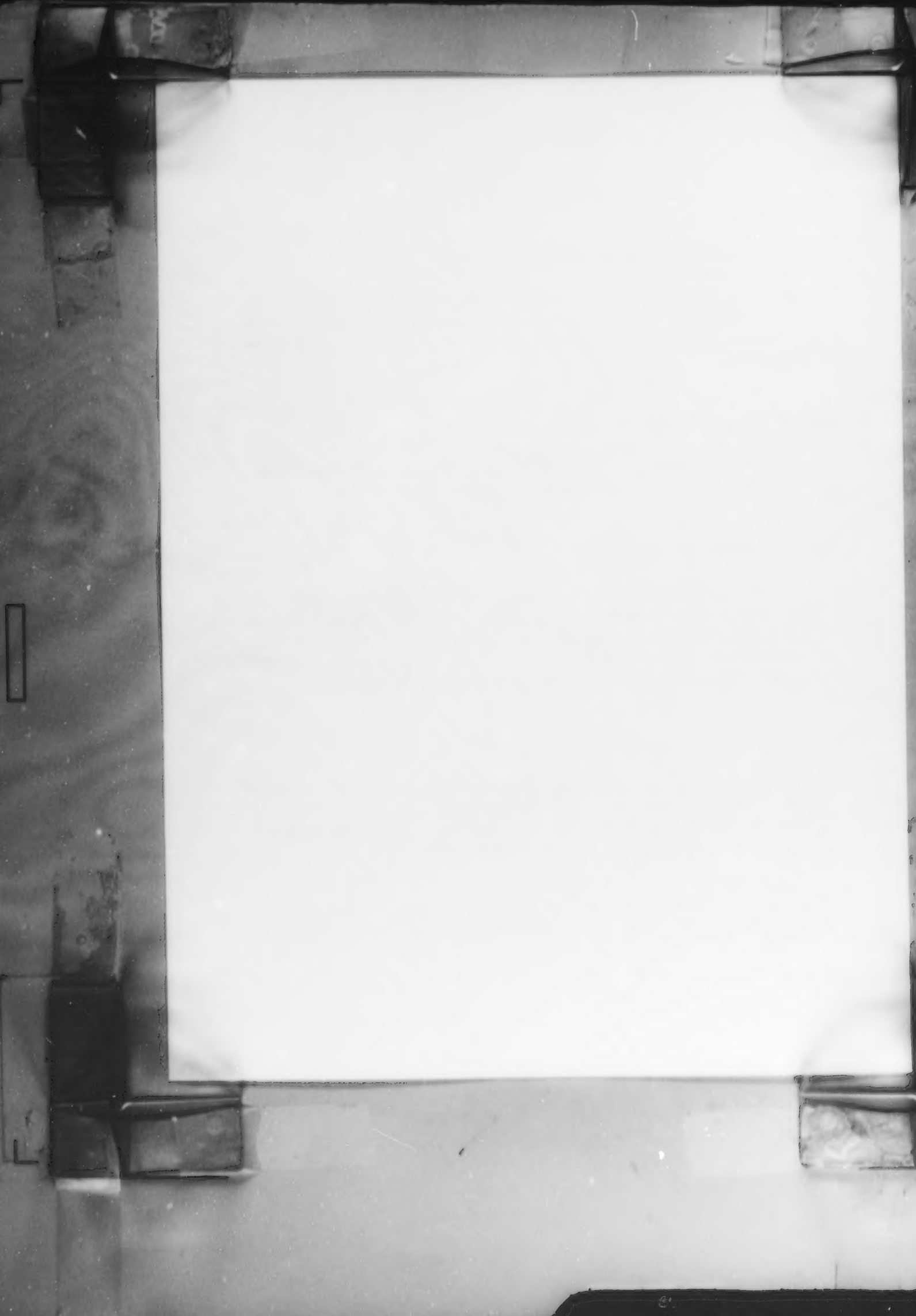
APPROCHE INTERDISCIPLINAIRE (p. 29)

L'enseignant peut opter pour une approche INTERDISCIPLINAIRE, c'est-à-dire "un mode d'organisation de l'enseignement où sont traités de façon intégrée des objectifs généraux, terminaux et intermédiaires dans plusieurs programmes d'études ou champs d'enseignement."[2]

---

1. Ministère de l'Éducation, Direction générale des réseaux, Direction générale du développement pédagogique, L'intégration des matières, document de réflexion, février 1985, p. 8.

2. Idem.



BIBLIOGRAPHIE

- APAME (C.P. 300, Terrebonne, Québec, J6W 3L5), Instantanés Mathématiques, Conférences, La résolution de problèmes vient faire le point, Congrès Mai 1985, Volume XXI, Numéro spécial C, 1984-85.

- APAME (C.P. 300, Terrebonne, Québec, J6W 3L5), Instantanés Mathématiques, Le point sur ... la résolution de problèmes, Volume XXI, Numéro spécial D, 1984-85, document nº 99-5214.

- BOUVIER, A., Didactique des mathématiques: le dire et le faire, Cedic/Nathan, Paris, 1986.

- BROWN, S. et WALTER, M., The Art of Problem Posing, Franklin Institute Press, Philadelphie, 1983.

- CHARLES, R., LESTER, F. et O'DAFFER, P., How to Evaluate Progress in Problem Solving, N.C.T.M. (1906 Association Drive, Reston, Virginia 22091), 1987.

- GRIGNON, J., APAME (C.P. 300, Terrebonne, Québec, J6W 3L5), Instantanés Mathématiques, La résolution de problèmes ... à la recherche d'un nouveau modèle ..., Volume XIX, Numéro 3, Janvier 1983, pages 3 à 7.

- INRP, Comment font-ils? L'écolier et le problème de mathématiques, Rencontres pédagogiques Nº 4, Recherches/Pratiques, élémentaire CM1-CM2, Institut national de recherche pédagogique (29 rue d'Ulm, 75230 Paris, France), 1984.

- IREM de Lyon, La place du problème dans l'enseignement des mathématiques, Colloque Inter-IREM, IREM de Lyon (Université Claude Bernard-Lyon I, Villeurbanne, France), 1982.

- Krygowska, A.Z., Développement de l'activité mathématique des élèves et rôle des problèmes dans ce développement, Revue L'Enseignement mathématique, Genève, 1967.

- MASON, J., BURTON, L., STACEY, K., Thinking Mathematically, Addison-Wesley, Don Mills, Ontario, 1982.

- Ministère de l'Éducation, L'École québécoise, Énoncé de politique et plan d'action, Québec, 1979, document nº 49-1070.

- Ministère de l'Éducation, Direction générale du développement pédagogique, Programme d'études, Primaire, Mathématique, octobre 1980, document nº 16-2300-00.

- Ministère de l'Éducation, Direction générale du développement pédagogique, Guide pédagogique, Primaire, Mathématique, Fascicule A, Guide général, décembre 1981, document nº 16-2300-01.

- Ministère de l'Éducation, Direction générale de l'évaluation et des ressources didactiques, Jeux éducatifs informatisés et résolution de problèmes à la maternelle, Charlotte Gélinas, Collection Technologie éducative, février 1987, document nº 28-1934.

- Ministère de l'Éducation, Direction générale des programmes, Guide pédagogique, Primaire, Mathématique, Fascicule L, Planification de situations d'apprentissage, Cadre de référence, 1988, document nº 16-2300-12.

- Ministère de l'Éducation, Direction générale des programmes, Guide pédagogique, Primaire, Mathématique, Fascicule M, Résolution de problèmes et planification de situations d'apprentissage, exemples, document nº 16-2300-13. [à paraître]

- National Council of Teachers of Mathematics, An Agenda of Action, Recommendations for School Mathematics of the 1980s, N.C.T.M. (1906 Association Drive, Reston, Virginia 22091, U.S.A.), 1980.

- National Council of Teachers of Mathematics, Problem Solving in School Mathematics, 1980 Yearbook, N.C.T.M. (1906 Association Drive, Reston, Virginia 22091, U.S.A.), 1980.

- Ohio Department of Education, Columbus, Inservice Education, Problem solving ... a basic mathematics goal, Vol. 1, Becoming a better problem solver, The Ohio Department of Education (Division of Inservice Education, 65 South Front Street, Columbus, Ohio 43215, U.S.A.), 1980.

- Ohio Department of Education, Columbus, Inservice Education, Problem solving ... a basic mathematics goal, Vol. 2, A resource for problem solving, The Ohio Department of Education (Division of Inservice Education, 65 South Front Street, Columbus, Ohio 43215, U.S.A.), 1980.

- The Ontario Institute for Studies in Education, K-13, Mathematics Part II, Computing, Logic and Problem Solving, Chapter 3, OISE (252 Bloor Street West, Toronto 5, Ontario), 1971.

- POLYA, G., Comment poser et résoudre un problème en mathématiques, Dunod, Paris, 1965.

- POLYA, G., La découverte des mathématiques, Tomes 1 et 2, Dunod, Paris, 1967.

- THOMPSON, M., Experiences in Problem Solving, Mathematics Education Development Center, Indiana University, Addison-Wesley, Don Mills, Ontario, 1976.

- University of Alberta, Faculty of Education, Priorities in School Mathematics (PRISM Canada), Edmonton, Alberta, 1981.